大阪大学の大学祭｜数学展示

ミレニアム問題

100万ドルが懸けられた、7つの難問

ミレニアム問題とは？

2000年、クレイ数学研究所が選んだ
7つの数学の難問。
それぞれの解決に、100万ドルの賞金。

7つの難問

$1,000,000

各問題の賞金

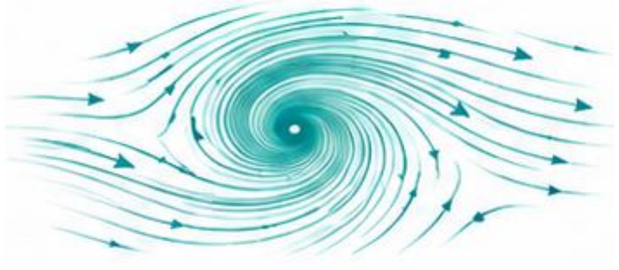
数・形・計算・流れ。
数学の根本にある問いに挑みます。

7つのミレニアム問題

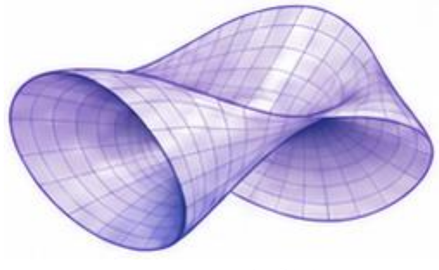
- **ナビエ–ストークス問題** — この展示で紹介
- **ホッジ予想** — この展示で紹介
- **BSD予想** — この展示で紹介
- **リーマン予想**
- **P対NP問題**
- **ヤン–ミルズ理論と質量ギャップ**
- **ポアンカレ予想** — 解決済み

ナビエ–ストークス：2026年に解決発表。評価手続きは継続。

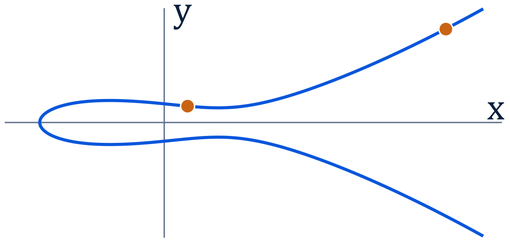
この展示で紹介する4つの問題



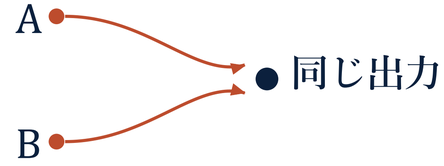
ナビエ–ストークス



ホッジ予想



BSD予想



ヤコビアン予想

ミレニアム問題とは別の難問

出典：Clay Mathematics Institute｜2026年10月時点

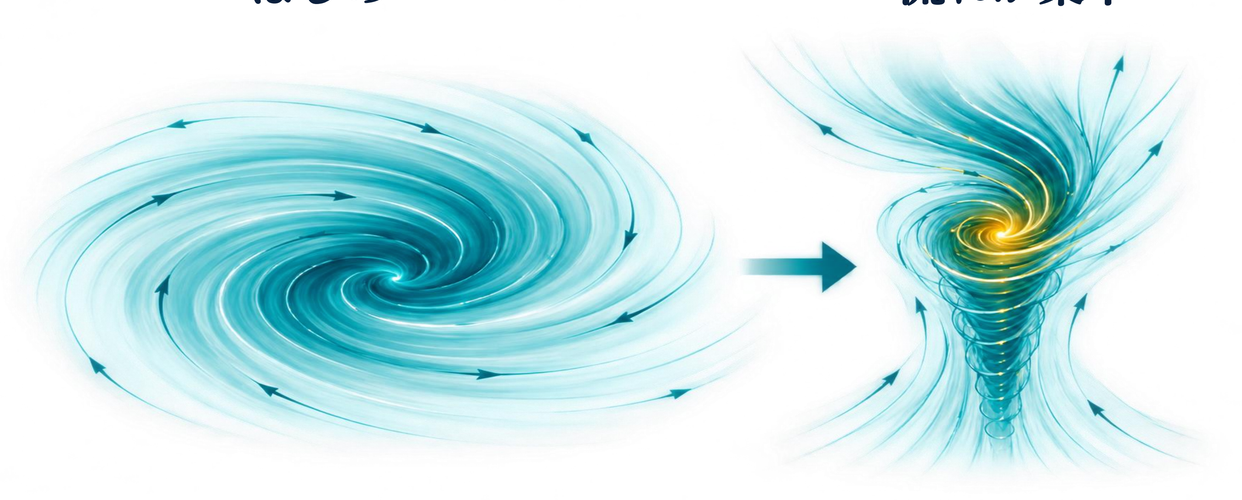
大阪大学の大学祭｜数学展示

ナビエ–ストークス問題

なめらかな流れは、いつまでも続く？

水や空気の流れを考える

流れを表す方程式は、
いつまでも滑らかな状態を描ける？



速さが増し、狭い部分に集中する概念図。

「滑らかさが失われる」とは？

方程式の中で、速さなどが際限なく大きくなり、
滑らかな解として続けられなくなること。

数学では、何を問う？

① 対象：3次元の流れ

水や空気を、連続した流体として扱う。
ここでは、密度が変わらない流れを考えます。

② 流れを表す方程式

$$\partial_t u + (u\cdot\nabla)u = -\nabla p + \nu\Delta u + f$$

$$\nabla\cdot u = 0$$

u：速度　p：圧力　ν：粘性　f：外力

③ 外から力を加えなければ？

滑らかな初期状態から始めた流れは、
すべての時刻で滑らかに続く？

外力なしの一般の場合は、未解決。

対象：空間全体 $\mathbb{R}^3$、十分遠くで急減少する初期速度

2026年9月の進展

Buckmaster・Alpöge：粘性のないEuler方程式で、外力ありで滑らかさが失われる例を発表。
OpenAI：Navier–Stokes方程式で、外力ありで滑らかさが失われる例を発表。
外力なしの一般の場合は未解決。ミレニアム賞の評価手続きは継続しています。

出典：NYU Courant・Buckmaster・OpenAI・Clay Mathematics Institute｜2026年10月8日時点

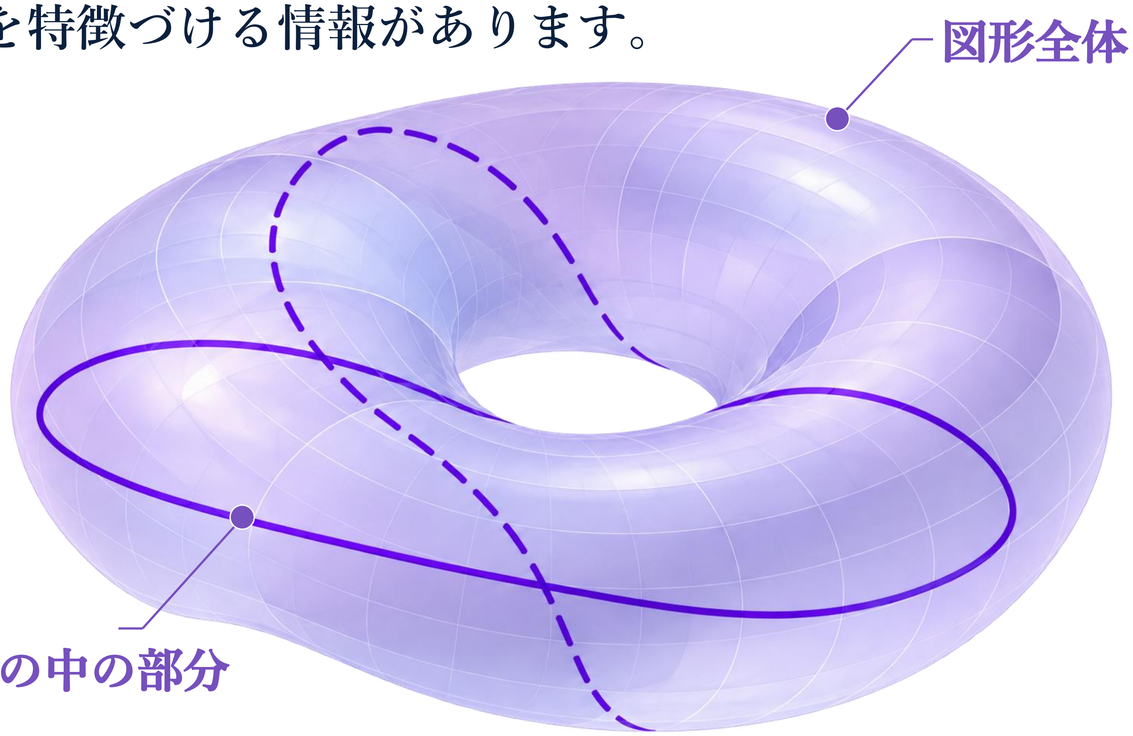
大阪大学の大学祭｜数学展示

ホッジ予想

「形の情報」は、部分から作れる？

図形から「情報」を取り出す

図形には、穴やつながり方など、
形を特徴づける情報があります。



図は概念図。足し引きするのは、図形の「情報」です。

部分から、全体の情報へ

方程式で表せる部分の情報を使って、
条件を満たす形の情報を、すべて作れる？

どこまで分かっている？

余次元1では証明済み。一般の場合は未解決。

予想は、何と何を結ぶ？

① 説明したい情報

特定の条件を満たす「形の情報」。
数学では、有理ホッジ類と呼びます。

② 材料になる部分

方程式で表せる部分から得られる情報。
分数倍して、足し引きすることができます。

③ すべて、この形に書ける？

$$\underline{\alpha} = \underline{q_1[Z_1] + \cdots + q_r[Z_r]}$$

説明したい情報　　部分の情報の組み合わせ

q_i：整数・分数（負の数も使える）
$[Z_i]$：代数的な部分の情報

対象：滑らかな複素射影多様体

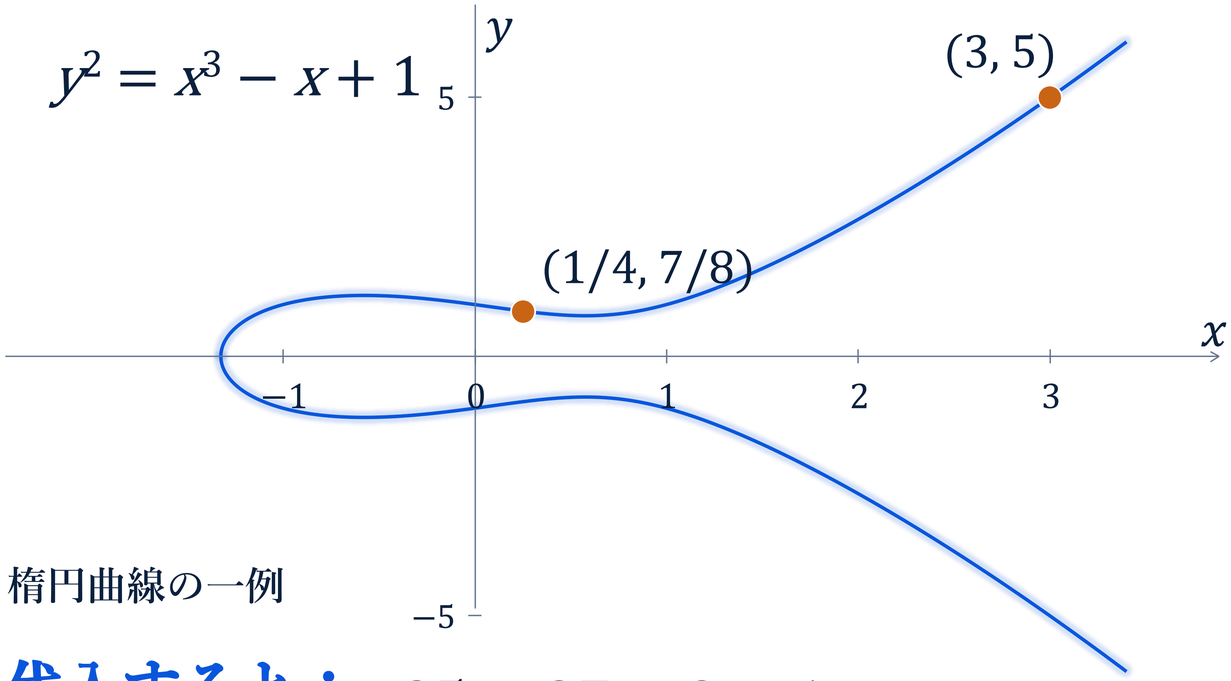
出典：Clay Mathematics Institute

大阪大学の大学祭｜数学展示

BSD予想
分数で表せる点は、無限にある？

まずは、点を探そう

横も縦も、整数や分数になる点を探します。



楕円曲線の一例

代入すると： $25 = 27 - 3 + 1$

点が無限にあるか、関数で分かる？

BSD予想は、「点が無限にある」ことと、
「ある関数がゼロになる」ことを結びつけます。

予想は、何と何を結ぶ？

① 点の側：ランク

点の足し算で、ほかの点を作る。
そのもとになる独立な基本の点の数。
※有限位数の点は除く。

② 関数の側：L関数

素数で割った余りの世界で点を数え、
その情報をまとめた関数が L(E, s)。

③ ゼロの位数

s = 1 の近くで

$L(E, 1) \neq 0$ → 位数0
$c(s-1)$ 型 → 位数1
$c(s-1)^2$ 型 → 位数2 $(c \neq 0)$

$$\underbrace{\operatorname{rank} E(\mathbb{Q})}_{\text{基本の点の数}} = \underbrace{\operatorname{ord}_{s=1} L(E, s)}_{\text{ゼロの位数}}$$

この二つの数は、いつも一致する？

対象：有理数上の楕円曲線 E

どこまで分かっている？

位数0・1では、ランクとの一致が証明済み。一般の場合は未解決。

ここではランクに関する部分を紹介。
出典：Clay Mathematics Institute

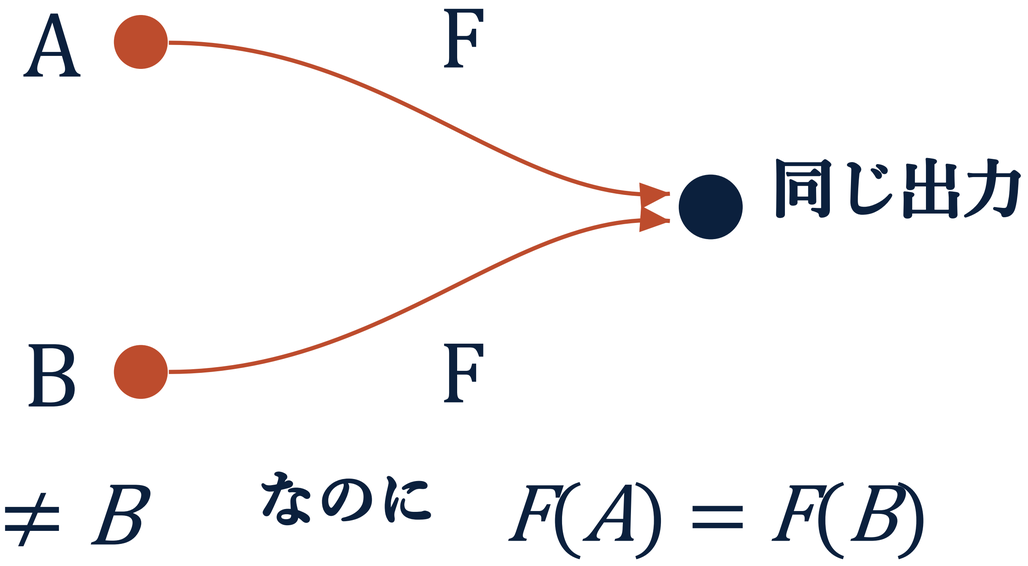
大阪大学の大学祭｜数学展示

ヤコビアン予想 ミレニアム問題とは別の難問

近くで戻せれば、全体でも戻せる？

出力から、元をたどれる？

別々の入力が、同じ出力になったら、
出力だけでは元を一つに決められません。



$A \neq B$ なのに $F(A) = F(B)$

近くで戻せても、全体では？

小さな範囲では逆算できる変換でも、
離れた場所の点が重なることはある？

予想の条件と主張

① 多項式による変換

足し算・引き算・掛け算で表せる変換。

$$F\colon \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$$

② どこでも、近くでは戻せる

ヤコビアン行列式が、0でない定数。

$$\det DF = c \neq 0$$

DF：微分を並べた行列

③ 全体でも、逆算できる？

この条件だけで、全体を一意に逆算でき、
逆算も多項式で書けると予想されていました。

3変数以上では、反例が見つかった。

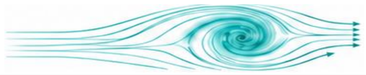
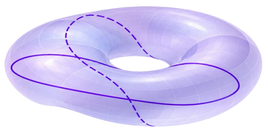
どこまで分かっている？

2026年、3変数以上で予想を否定する反例。2変数の場合は未解決。

出典：Alpöge・Gao（2026）

大阪大学の大学祭｜数学展示

4つの難問を振り返る
何が分かって、何が残っている？

難問	問い	分かったこと	残ること
ナビエ–ストークス 	なめらかな流れは、 いつまでも続く？	外力ありで、滑らかさが 失われる例を発表。	外力なしの 一般の場合は？
ホッジ予想 	形の情報を、 部分から作れる？	余次元1では証明済み。	一般の場合にも 成り立つ？
BSD予想 	基本の点の数と、 ゼロの位数は等しい？	位数0・1なら、 ランクとの一致を証明。	一般の場合にも 一致する？
ヤコビアン予想 	近くで逆算できれば、 全体でも逆算できる？	3変数以上で反例。	2変数の場合は？

AIと数学の現在

722本の原稿
372の関連成果群

OpenAIが研究用AIの成果を公開（10月6日）。
関連する論文を、一つの成果群として整理。

ミレニアム問題にも関連成果

ホッジ予想：特別な種類の図形。
BSD予想：条件を満たす楕円曲線。

一般の場合の解決とは区別します。

本数は「解けた問題の数」ではありません。
成果ごとに検証の段階が異なり、すべてが確認済みではありません。

出典：各問題の紹介パネル・OpenAI math（README／overview）｜2026年10月8日時点