みて、さわってひらめく！

数学パズルひろば　解答・解説

一般向け・展示用

2026年10月12日改訂版

この冊子は、2枚のポスターにある問題の答えと、やさしい解説をまとめたものです。 まずは自分で試して、気になった問題の解説を読んでみましょう。 番号は「遊ぶ」「考える」のポスターに対応しています。

ページ案内

まずは遊んでみよう！	頁	じっくり考えてみよう！	頁
1 ウボンゴ ポケモン	1	1 3と5で作れない数	6
2 しきつめられる？	2	2 数字を回すと3倍	7–8
3 ポケモンのドブル	3	3 正多面体と阪大入試	9
4 おそろいのカード作り	3	4 黒いコマ	10
5 最後を取ったら負け	4–5	5 ゾロ目の虫食い算	11–13

遊ぶ 1　ウボンゴ ポケモン

遊び方

問題カードで指定されたピースを全部使い、白い部分をすき間なくうめます。 ピースは**回転・裏返しOK**。ただし、**重ねたり、はみ出したりしてはいけません。**



問題カードごとに使うピースと埋める形が変わります。まずは机の上のカードで挑戦してみましょう。

遊ぶ2　しきつめられる？

問題

8 × 8の盤面から、左上と右下の2マスを除きます。 1 × 2のタイルを重ねず、はみ出さずに置いて、残りの62マスを全部うめられるでしょうか。タイルは回転してかまいません。

答え

うめることはできません。 赤と白に色分けすると、理由が見えてきます。

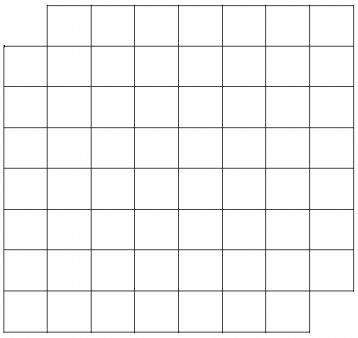
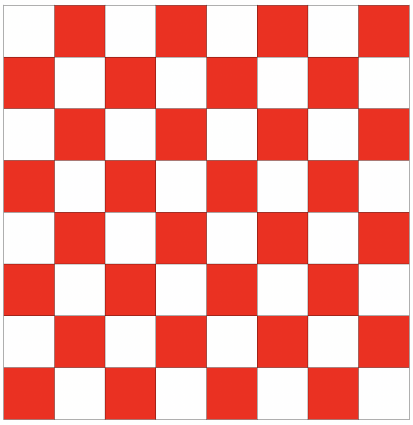


図 1



図 2

2マス分のタイルで、左の盤面をうめます。



この図の左上と右下の**白マス**を除きます。

タイルを右の図のように赤色と白色に交互に塗ってみましょう。 すると左上と右下のマスを除けば、赤いマスは32個、白いマスは30個あります。

一方、1 × 2のタイルを1枚置くと、赤いマス1つと白いマス1つをちょうどおおいます。 つまり、タイルを何枚置いても、赤と白はいつも同じ数ずつ減っていきます。

ということは、もし全部をうめられるなら、最初から赤マスの数と白マスの数は同じでないといけません。 ところが、この盤面では赤マスと白マスの数が違います。 だからどんなにがんばっても、このタイルだけで全部をうめることはできません。

考え方のポイント

置き方を全部試す代わりに、**どんな置き方でも赤と白を1つずつ使う**ことに注目しました。

遊ぶ３　ポケモンのドブル

遊び方

2枚のカードに共通するポケモンを、1匹見つけましょう。 見つけたら指さそう！ **大きさや向きが違っても、同じポケモンならOKです。**

遊ぶ４　おそろいは、いつも1つだけ

問題

7色を使って、7枚のカードを作ります。 1枚のカードには異なる3色を入れ、**どの2枚にも、共通の色がちょうど1色**になるようにできるでしょうか。

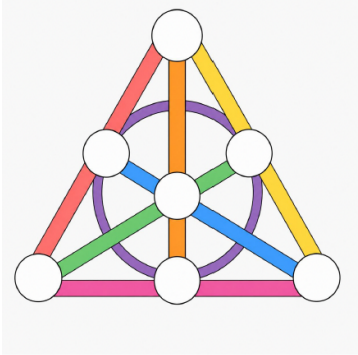
答え

作れます。 下のような7枚が、答えの一例です。

図が大きなヒントになっています。考え方はこうです。

- カードを「点」だと思う。
- 色を「線」だと思う。

1つの点には3本の線が集まります。その3色を、1枚のカードに入れます。 また、2つの点を通る線は1本だけです。だから、どの2枚のカードにも共通の色はちょうど1色になります。



白い丸がカード。
紫の円も1本の線です。



できた7枚から好きな2枚を選び、同じ色が1つだけあることを確かめてみましょう。

遊ぶ５　最後を取ったら負け！

基本ルール：1回に1枚・2枚・3枚取る

コインは25枚。2人で交互に、1枚・2枚・3枚のどれかを取ります。 最後の1枚を取った人が負けです。先手と後手、どちらが必ず勝てるでしょうか。

答え

後手が必ず勝てます。 まずは少ない枚数から順番に調べましょう。

1枚の場合。 その1枚を取った人が負けなので、先手は負けです。

2枚の場合。 先手が1枚だけ取ると、相手には1枚だけ残ります。 相手は最後の1枚を取るしかないので、先手の勝ちです。

3枚の場合。 先手が2枚取れば、相手に1枚だけ残せるので、先手の勝ちです。

4枚の場合。 先手が3枚取れば、相手に1枚だけ残せるので、先手の勝ちです。

5枚の場合。 先手の取り方は、次の3通りです。

- 1枚取ると、相手に4枚残ります。
- 2枚取ると、相手に3枚残ります。
- 3枚取ると、相手に2枚残ります。

しかし、2・3・4枚はどれも、**次に取る人が勝てる形**でした。 先手がどう取っても、相手に勝てる形を渡してしまうので、5枚では先手の負けです。



勝ち負けを調べる考え方

相手に「負けの形」を渡せるなら勝ち。
どう取っても相手に「負けの形」を渡せないなら負け。

このルールで順番に調べると、先手が負ける枚数は

$$1,\ 5,\ 9,\ 13,\ 17,\ 21,\ 25$$

です。6・7・8枚では5枚を相手に渡せますが、9枚ではそれができません。 同じことが4枚ごとにくり返されます。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

図の赤い数が「負けの形」です。25枚も赤色なので、後手を選びます。 相手が1枚取ったら3枚、2枚なら2枚、3枚なら1枚取り、**合わせて4枚**にしましょう。 自分の番が終わるたびに21・17・13・9・5・1枚を相手に渡せます。 最後の1枚を取るのは相手です。

遊ぶ５　ルールが変わると？

追加ルール：1回に1枚・3枚・4枚取る

今度は25枚から、1枚・3枚・4枚のどれかを取ります。 最後の1枚を取った人が負けです。 さっきの作戦はそのまま使えるでしょうか。先手と後手、どちらが必ず勝てるでしょうか。

答え

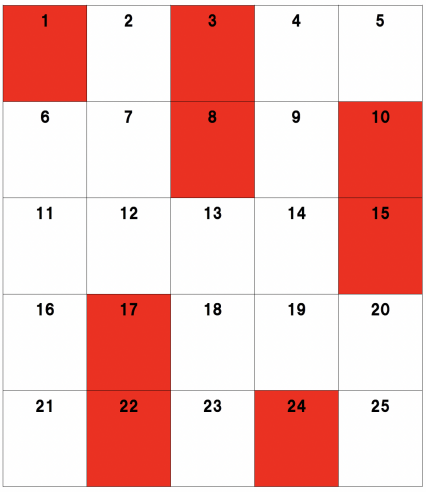
今度は先手が必ず勝てます。 取れる枚数が変わると、「負けの形」も変わります。

考え方は基本ルールと同じです。

> 相手に「負けの形」を渡せるなら勝ち。
> どう取っても相手に「負けの形」を渡せないなら負け。

1枚、2枚、3枚、...と順番に、勝ちの形か負けの形かを調べていきます。 ただし、1回に取れる枚数は1・3・4枚です。

1枚では先手の負けです。2枚なら1枚取って相手に1枚残せるので、先手の勝ちです。 3枚では、1枚取ると相手に2枚残り、3枚取ると自分が最後を取ってしまいます。 どちらも負けなので、3枚は「負けの形」です。 4枚なら1枚取って3枚を、5枚なら4枚取って1枚を、6枚なら3枚取って3枚を、7枚なら4枚取って3枚を相手に渡せます。 ところが8枚では、何枚取っても相手に勝ちの形が残るので、先手の負けです。



このように調べると、25枚までの「負けの形」は

$$1,\ 3,\ 8,\ 10,\ 15,\ 17,\ 22,\ 24$$

になります。図では赤色で表しています。
今度の25枚は「勝ちの形」です。 先手は、自分の番のあとに、赤色の枚数が相手に残るように取れば勝てます。

25枚からの最初の取り方

1枚取って24枚残す、または3枚取って22枚残すとよいです。 その後も、相手に「負けの形」を渡す取り方を選びましょう。 基本ルールの「2人で合わせて4枚」という作戦は、今度はそのまま使えません。

考える１　3と5で作れない数は？

問題

3個入りと5個入りの袋を買います。何袋でも買えます。片方だけでもかまいませんが、ばら売りはしません。 ちょうど買えない個数を、1個以上からすべて見つけましょう。

答え

$\boxed{1,\ 2,\ 4,\ 7\ 個}$

具体的に袋の数を変えて、作れる数を書き上げてみましょう。

5個入りを0袋買う場合。 3個入りを1袋、2袋、3袋、...と買うと、$3, 6, 9, 12, \ldots$という3の倍数が作れます。 作れる数を表から消します。

$$
\begin{array}{cccccccc}
1 & 4 & 7 & 10 & 13 & 16 & \cdots \\
2 & 5 & 8 & 11 & 14 & 17 & \cdots \\
\cancel{3} & \cancel{6} & \cancel{9} & \cancel{12} & \cancel{15} & \cancel{18} & \cdots
\end{array}
$$

5個入りを1袋買う場合。 3個入りを0袋、1袋、2袋、...と買うと、$5, 8, 11, 14, \ldots$という、3で割って2余る5以上の数が作れます。

$$
\begin{array}{cccccccc}
1 & 4 & 7 & 10 & 13 & 16 & \cdots \\
2 & \cancel{5} & \cancel{8} & \cancel{11} & \cancel{14} & \cancel{17} & \cdots \\
\cancel{3} & \cancel{6} & \cancel{9} & \cancel{12} & \cancel{15} & \cancel{18} & \cdots
\end{array}
$$

5個入りを2袋買う場合。 同じように、$10, 13, 16, 19, \ldots$という、3で割って1余る10以上の数が作れます。

$$
\begin{array}{cccccccc}
1 & 4 & 7 & \cancel{10} & \cancel{13} & \cancel{16} & \cdots \\
2 & \cancel{5} & \cancel{8} & \cancel{11} & \cancel{14} & \cancel{17} & \cdots \\
\cancel{3} & \cancel{6} & \cancel{9} & \cancel{12} & \cancel{15} & \cancel{18} & \cdots
\end{array}
$$

表に残った数は1・2・4・7だけです。ただし、これで終わりではありません。 **5個入りをもっと買っても、この4つが作れないこと**を確認しましょう。

5個入りが3袋なら15個以上、4袋なら20個以上になります。 それ以上買っても、どうがんばっても1・2・4・7個にはなりません。 0袋・1袋・2袋の場合は表ですでに調べたので、この4つはどの場合にも作れません。 よって、答えは1・2・4・7個です。

もう一つの見方

$8 = 3 + 5$、$9 = 3 + 3 + 3$、$10 = 5 + 5$は作れます。 それぞれに3個入りの袋を足せば、11・12・13、さらに14・15・16、...と、8以上のすべての数が作れます。

考える 2　数字を回すと3倍に！

問題

ある6けたの数の、いちばん左の数字をいちばん右に移すと、もとの数の3倍になりました。もとの数は何でしょうか。

答え

$$\boxed{142857 \quad と \quad 285714}$$

$$142857 \times 3 = 428571 \qquad 285714 \times 3 = 857142$$

先頭の数字と、残りの5けたを分けて考えよう

先頭1けたをX、残り5けたをYとします。 たとえば142857なら、$X = 1$、$Y = 42857$です。 もとの数と、先頭を最後に移した数は、それぞれ

$$\text{もとの数} = 100000X + Y, \qquad \text{移した数} = 10Y + X$$

と書けます。もとの数を3倍すると、移した数になるので

$$3(100000X + Y) = 10Y + X$$

です。両辺を整理すると

$$300000X + 3Y = 10Y + X,$$

$$299999X = 7Y, \qquad \text{したがって} \qquad Y = 42857X$$

となります。

Xは先頭の1けたなので、1から9までのどれかです。 ただし、残りのYは5けた分に収まらないといけません。

X	$Y = 42857X$	確認
1	42857	5けたに収まります。
2	85714	5けたに収まります。
3	128571	6けたになってしまいます。

Xを4以上にすると、Yはさらに大きくなります。 したがって、可能なのは$X = 1, 2$だけです。元の数$100000X + Y$に戻すと、答えは142857と285714になります。

文字を使うポイント

数字を全部いっぺんに探す代わりに、先頭の数字と残りの数に分けると、条件を1つの式で表せます。 次のページでは、筆算を使って右のけたから探します。

考える 2　別解：筆算の繰り上がりから探そう

もとの数を$ABCDEF$と書き、

$$3 \times ABCDEF = BCDEFA$$

となる数字を探します。同じ数字を何回使ってもかまいません。

まず、0から9までの数を3倍したときの一の位を調べます。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$3x$の一の位	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7

一の位の数字は全部違うので、結果の一の位から、もとの数字を1つに決められます。

先頭のAは1・2・3のどれかです。$A \geq 4$だと、3倍したときに7けたになってしまうからです。

$A = 1$の場合。 一の位では、$3 \times F$の一の位が1になります。上の表から$F = 7$です。$3 \times 7 = 21$なので、次のけたに2繰り上がります。

十の位では、$3 \times E + 2$の一の位が7になります。$3 \times E$の一の位は5なので、$E = 5$です。$3 \times 5 + 2 = 17$なので、今度は1繰り上がります。

百の位では、$3 \times D + 1$の一の位が5になります。$3 \times D$の一の位は4なので、$D = 8$です。$3 \times 8 + 1 = 25$なので、次は2繰り上がります。

同じように、残りのけたも調べます。

けた	計算	決まる数字	次への繰り上がり
一の位	$3 \times 7 = 21$	$F = 7$	2
十の位	$3 \times 5 + 2 = 17$	$E = 5$	1
百の位	$3 \times 8 + 1 = 25$	$D = 8$	2
千の位	$3 \times 2 + 2 = 8$	$C = 2$	0
万の位	$3 \times 4 = 12$	$B = 4$	1
十万の位	$3 \times 1 + 1 = 4$	先頭が$B = 4$と一致	0

これで、$ABCDEF = 142857$を得ます。$A = 2, 3$についても同じ手順で調べると、次のようになります。

A	右から決まる候補	3倍した数	先頭を最後に移した数
1	142857	428571	428571
2	285714	857142	857142
3	328571	985713	285713

$A = 3$では数が一致しません。よって、答えは142857と285714の2つです。

考える 3　正多面体から、阪大入試へ！

問題

ℓ, m, nは3以上の整数です。次の式を満たす組をすべて求めましょう。

$$\left(\frac{n}{m}-\frac{n}{2}+1\right)\ell = 2$$

答え：5組あります

$$(\ell, m, n) = (4,3,3),\ (6,3,4),\ (12,3,5),\ (8,4,3),\ (20,5,3).$$

式を整理して、候補を絞ろう

両辺に$2m$を掛けると、

$$(2n - mn + 2m)\ell = 4m$$

です。右辺は正で、ℓも正なので、$2n - mn + 2m$も正でなければなりません。 したがって

$$2n - mn + 2m > 0, \qquad mn - 2m - 2n < 0.$$

両辺に4を足して、左辺をまとめると

$$mn - 2m - 2n + 4 < 4, \qquad \boxed{(m-2)(n-2) < 4}$$

となります。

$m, n \geq 3$なので、$m-2, n-2$はどちらも1以上の整数です。 その積が4より小さい組は

$$(m-2, n-2) = (1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (3,1)$$

だけです。つまり、

$$(m, n) = (3,3), (3,4), (3,5), (4,3), (5,3)$$

です。元の式に戻してℓを求めると、答えの5組になります。 たとえば$(m, n) = (3,4)$なら、

$$\left(\frac{4}{3}-\frac{4}{2}+1\right)\ell = 2, \qquad \frac{1}{3}\ell = 2, \qquad \ell = 6$$

です。

この5組は、正多面体に対応します

面の数をℓ、1つの面の辺の数をn、1つの頂点に集まる面の数をmとします。 立方体は、正方形の面が6枚あり、1つの頂点に3枚の面が集まるので、$(\ell, m, n) = (6,3,4)$です。

名前	面	辺	頂点	(ℓ, m, n)
正四面体	4	6	4	(4,3,3)
正六面体（立方体）	6	12	8	(6,3,4)
正十二面体	12	30	20	(12,3,5)
正八面体	8	12	6	(8,4,3)
正二十面体	20	30	12	(20,5,3)

へこみのない多面体では、**頂点−辺+面**$= 2$になります。これがオイラーの多面体の定理です。立方体なら$8 - 12 + 6 = 2$、正二十面体なら$12 - 30 + 20 = 2$です。

各面にn本の辺があり、面はℓ枚ですが、1本の辺を2つの面で共有するので、辺の数は$n\ell/2$です。 各面の頂点もn個ずつありますが、1つの頂点をm枚の面で共有するので、頂点の数は$n\ell/m$です。 よって、オイラーの式に代入すると

$$\frac{n\ell}{m} - \frac{n\ell}{2} + \ell = 2, \qquad \text{つまり} \quad \left(\frac{n}{m}-\frac{n}{2}+1\right)\ell = 2$$

となります。入試問題の式が現れ、上の5つの正多面体につながります。

考える４　黒いコマを追い出せる？

問題

左下に黒いコマが1個あります。すぐ上と右が両方空いたコマを選び、そのコマを取り、上と右に1個ずつ置きます。 盤面は上と右にずっと続きます。この操作をくり返して、赤い10マスを全部空にできないのは、なぜでしょうか。

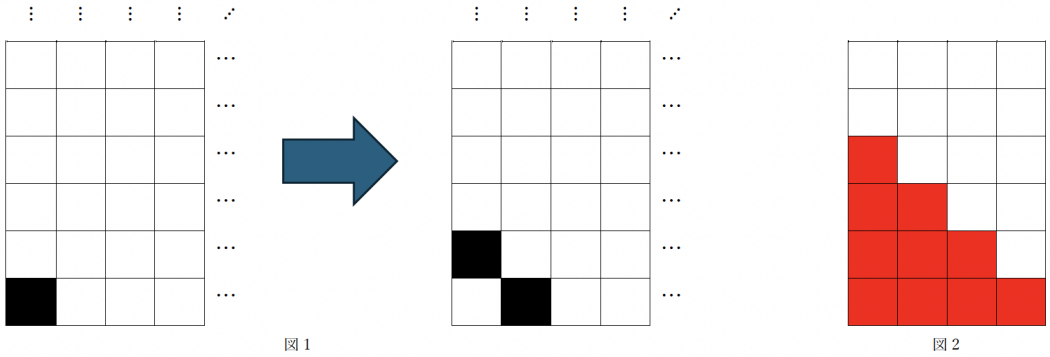


図 1　　図 2

左：はじめの盤面。中央：1回の操作。右：空にしたい10マス。
図では、コマのあるマスを黒く塗っています。

答えのポイント

コマのあるマスの**点数の合計は、ずっと1のまま**です。 しかし、赤い部分の外側の点数を全部足しても、1には届きません。

それぞれのマスに、数を書いていきます。 いちばん左下は1、そこから上と右には1/2。 以後、あるマスの上と右には、そのマスの半分の数を書いていきます。

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

1回の操作をしても、コマのあるマスの点数の合計は変わりません。

$$1=\frac{1}{2}+\frac{1}{2},\qquad \frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$$

1つ消えますが、その分が上と右に分かれて、合計がちょうど同じになるからです。 最初は点数1のコマが1個だけなので、合計はずっと1のままです。

もし赤い部分にコマが1つもなかったら、コマは赤い部分の外側にしかありません。 ところが、外側の点数を**全部**足しても

$$\frac{5}{16}+\frac{6}{32}+\frac{7}{64}+\cdots=\frac{3}{4}<1$$

です。全部のマスにコマを置いたとしても1に届かないので、点数の合計を1にすることはできません。 したがって、赤い部分には必ずコマが残ります。

考える５　ゾロ目を作る虫食い算

問題

5けたの数から4けたの数を引いて、答えが5けたのゾロ目になるようにします。 **上の2つの数に1〜9を1回ずつ全部使います。** 答えのゾロ目には、同じ数字が何回出てきてもかまいません。

答え：入れ方の個数

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
個数	24	12	2	18	42	10	12	0	0

まずは、次の例を確かめよう

$$\begin{array}{r} 13579 \\ -2468 \\ \hline 11111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 25718 \\ -3496 \\ \hline 22222 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 41268 \\ -7935 \\ \hline 33333 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 46279 \\ -1835 \\ \hline 44444 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56789 \\ -1234 \\ \hline 55555 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 69153 \\ -2487 \\ \hline 66666 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 81256 \\ -3479 \\ \hline 77777 \end{array}$$

どの例も、上の2つの数を合わせると1〜9がちょうど1回ずつ出てきます。 まずは11111になる例を1つ作り、できたらほかのゾロ目にも挑戦してみましょう。

探すときのヒント

一の位から、引き算と繰り下がりを考えると、候補を絞れます。 たとえば答えが11111で、繰り下がりがなければ、各けたの差は1です。 上の最初の例では、$9-8=7-6=5-4=3-2=1$となっています。

個数の確かめ方

1〜9の並べ方を全部調べます。前の5個を5けたの数、残りの4個を4けたの数とし、引き算の結果が5けたのゾロ目になるものを数えます。 並べ方は$9\times8\times\cdots\times1=362880$通りです。全部をコンピューターで調べると、表の個数になり、合計は120通りです。 次の2ページに、その全解答を載せています。

88888と99999には、答えがありません

99999については、作れる差の最大値が$98765-1234=97531$なので、届きません。

88888では、5けたの数の先頭は9です。88888に4けたの数を足すと、少なくとも90122になるからです。残りの8マスには1〜8を入れます。 どのけたでも繰り下がりが必要なので、一の位では下の数字が上より2大きく、ほかの3けたでは1ずつ大きくなります。 つまり、下の4数字の合計は、上の4数字の合計より$2+1+1+1=5$大きくなります。 ところが1〜8の合計は36です。二つの合計が5違うなら、小さい方は$(36-5)/2=15.5$になってしまい、整数ではありません。 よって88888も作れません。

考える 5　ゾロ目の虫食い算：全解答（1/2）

上の2つの数に1〜9を1回ずつ使った、全120通りの解答を載せます。

11111になる場合：24通り

13579	13597	13759	13795	13957	13975
−2468	−2486	−2648	−2684	−2846	−2864
11111	11111	11111	11111	11111	11111
15379	15397	15739	15793	15937	15973
−4268	−4286	−4628	−4682	−4826	−4862
11111	11111	11111	11111	11111	11111
17359	17395	17539	17593	17935	17953
−6248	−6284	−6428	−6482	−6824	−6842
11111	11111	11111	11111	11111	11111
19357	19375	19537	19573	19735	19753
−8246	−8264	−8426	−8462	−8624	−8642
11111	11111	11111	11111	11111	11111

22222になる場合：12通り

25718	25871	27158	27185	28571	28715
−3496	−3649	−4936	−4963	−6349	−6493
22222	22222	22222	22222	22222	22222
31478	31487	31748	31784	31847	31874
−9256	−9265	−9526	−9562	−9625	−9652
22222	22222	22222	22222	22222	22222

33333になる場合：2通り

41268	41286
−7935	−7953
33333	33333

44444になる場合：18通り

46279	46297	47629	47962	49627	49762
−1835	−1853	−3185	−3518	−5183	−5318
44444	44444	44444	44444	44444	44444
46819	46981	48169	48196	49681	49816
−2375	−2537	−3725	−3752	−5237	−5372
44444	44444	44444	44444	44444	44444
51238	52138	51427	54127	53416	54316
−6794	−7694	−6983	−9683	−8972	−9872
44444	44444	44444	44444	44444	44444

考える 5　ゾロ目の虫食い算：全解答（2/2）

上の2つの数に1〜9を1回ずつ使った、全120通りの解答を載せます。

55555になる場合：42通り

56789	56798	56879	56897	56978	56987
−1234	−1243	−1324	−1342	−1423	−1432
55555	55555	55555	55555	55555	55555
57689	57698	57869	57896	57968	57986
−2134	−2143	−2314	−2341	−2413	−2431
55555	55555	55555	55555	55555	55555
58679	58697	58769	58796	58967	58976
−3124	−3142	−3214	−3241	−3412	−3421
55555	55555	55555	55555	55555	55555
59678	59687	59768	59786	59867	59876
−4123	−4132	−4213	−4231	−4312	−4321
55555	55555	55555	55555	55555	55555
56834	58346	56942	59426	57941	59417
−1279	−2791	−1387	−3871	−2386	−3862
55555	55555	55555	55555	55555	55555
57239	59723	57248	58724	58319	59831
−1684	−4168	−1693	−3169	−2764	−4276
55555	55555	55555	55555	55555	55555
61289	61298	61379	61397	61478	61487
−5734	−5743	−5824	−5842	−5923	−5932
55555	55555	55555	55555	55555	55555

66666になる場合：10通り

69153	69513	71358	73158	71529	75129
−2487	−2847	−4692	−6492	−4863	−8463
66666	66666	66666	66666	66666	66666
71934	74931	73194	73491		
−5268	−8265	−6528	−6825		
66666	66666	66666	66666		

77777になる場合：12通り

81256	81526	82156	82516	85126	85216
−3479	−3749	−4379	−4739	−7349	−7439
77777	77777	77777	77777	77777	77777
81472	81742	84172	84712	87142	87412
−3695	−3965	−6395	−6935	−9365	−9635
77777	77777	77777	77777	77777	77777