

OpenAI Math Digest

CATALOGUE 052

接束の分裂と普遍被覆

総括・論文間のつながりと2篇の証明概説

独立した非公式の読解ガイド・日本語版

収録版: 2026-10-13

制作: Masataka Iwai・大阪大学

AI生成の解説には誤りや不正確な説明が含まれる可能性があります。重要な主張・証明は原論文でご確認ください。本冊子はWebサイトの解説をまとめたもので、原論文そのものではありません。専門家査読・形式検証は未実施です。

目次

総括に続き、公式カタログ順で全2篇の解説を収録しています。目次・引用はクリックできます。横長の表は紙面向けの項目一覧に組み直し、主張と参照先を保持しています。

00 · カタログ052 総括	3
01 · Universal-cover splitting for compact Kähler manifolds	7
02 · Integrability of split tangent bundles on rationally connected manifolds	17

原論文の参照版: 1581d4cbdd69a0faf34b2089614fe2a814316a6a

カタログ052・総括

Web版を読む ↗

CATALOGUE 052

接束の分裂と普遍被覆

Tangent-bundle splittings and universal covers

指定された正則接束分裂 $T_X = E_1 \oplus E_2$ について、可積分性を得る問題と、そこから大域的な積へ進む問題を分けて扱う2本を収録する。コンパクトKählerの場合は可積分性を仮定して普通普遍被覆を分解し、有理連結射影の場合は可積分性を証明した後に X 自身を分解する。

1. 公式順の記事一覧

主結果の範囲を短くまとめています。正確な仮定と定式化は併記した原典の結果を参照してください。

カタログ 052・2026-10-13 確認の固定参照版

#

01

論文・概説

Universal-cover splitting for compact Kähler manifolds →

図中の略称: Kähler universal-cover splitting

September 23, 2026 · 33 ページ

原論文 (GitHub) ↗

主に何を主張するか

コンパクトKähler多様体の指定された二つの可積分接束因子から、因子方向に適合する普通普遍被覆の積を得る。非単線織射影・nefかつbigな標準束の場合も扱う。

Theorem 1.1 · p. 3; Corollaries 1.2–1.3 · pp. 3–4 ↗

議論の役割・概説

正則boxを全域へ延長し、全polydiskを保つ格子と双方向の芽の解析接続で局所積を大域化する。

証明概説を読む →

#

02

論文・概説

Integrability of split tangent bundles on rationally connected manifolds →

図中の略称: Integrability on rationally connected manifolds

September 23, 2026 · 16 ページ

[原論文 \(GitHub\)](#) ↗

主に何を主張するか

滑らかな有理連結射影多様体の指定接束二分裂は両因子とも可積分。Höringの定理と合わせ X 自身の適合的な積を得て、一般有理連結ファイバーの構造へ応用する。

[Theorem 1.1 · p. 1; Corollary 1.2 · p. 2; Corollary 5.1 · pp. 12–13](#) ↗

議論の役割・概説

有理曲線をtangent boxへ広げ、射影括弧の部分接続と二点評価でFrobenius障害を消す。

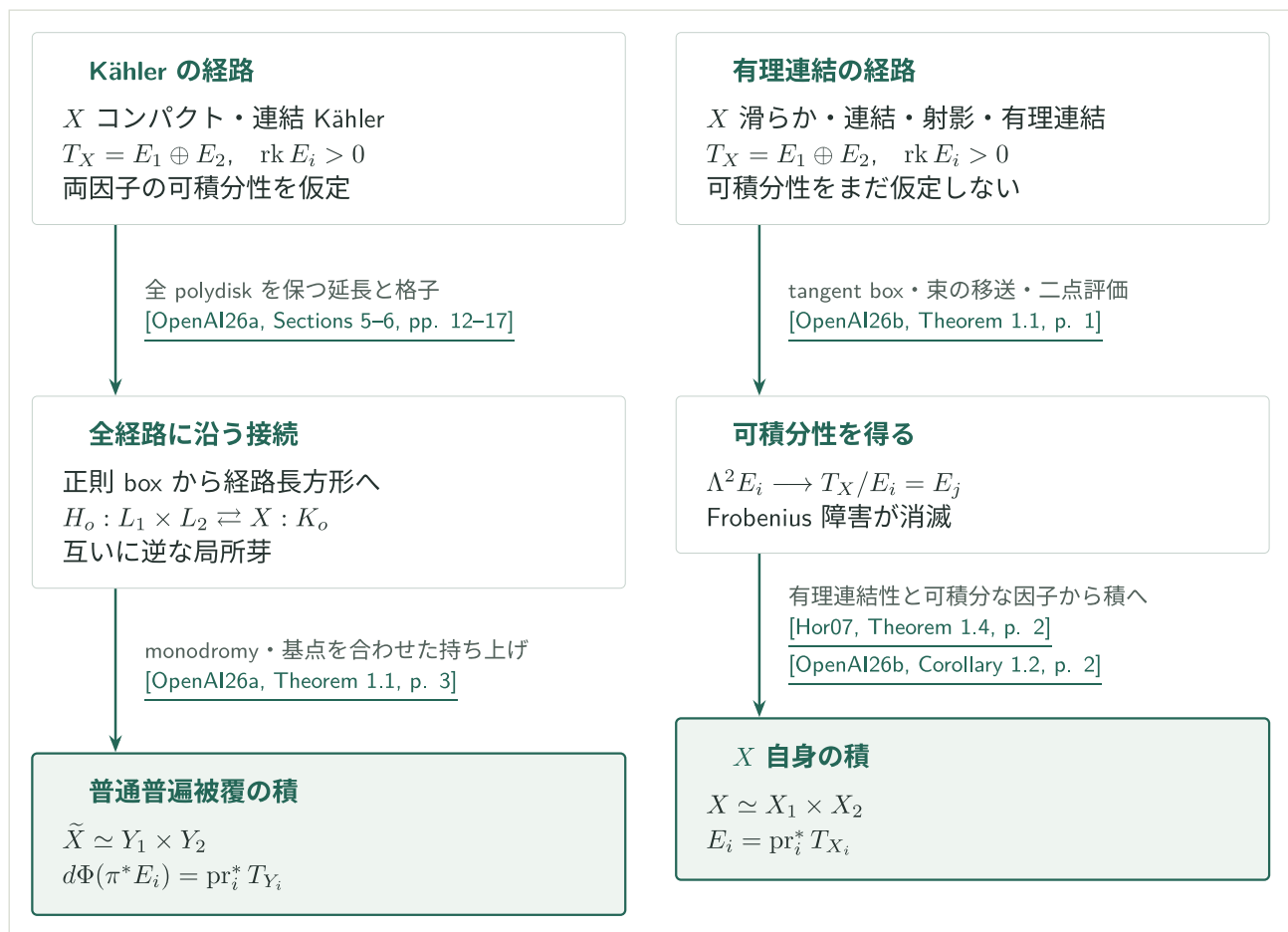
[証明概説を読む](#) →

図の引用案内

- **OpenAI26a** — OpenAI, Universal-cover splitting for compact Kähler manifolds, September 23, 2026, 33ページ。可積分性を前提とする正則boxの大域延長と普通普遍被覆の積を扱う。
- **OpenAI26b** — OpenAI, Integrability of split tangent bundles on rationally connected manifolds, September 23, 2026, 16ページ。有理連結性から指定分裂の可積分性を示す。
- **Hor07** — Andreas Höring, Uniruled varieties with split tangent bundle, arXiv:math/0505327v3 (2017-11-09、PDF内部の日付は2018-11-02)。Theorem 1.4は有理連結射影の場合に可積分な因子から X 自身の積を与える。外部証明そのものは検証範囲外。

[\[OpenAI26a, Theorem 1.1, p. 3\]](#)[\[OpenAI26b, Theorem 1.1, p. 1\]](#)[\[Hor07, Theorem 1.4, p. 2\]](#)

2. 可積分性の位置と、積になる空間



可積分性を仮定するKählerの経路と、可積分性を証明する有理連結の経路を並置した図

図を拡大 ↗ TeXソース ↓

左の経路は、二つの可積分分布から得た局所積を、全経路に沿う延長で普遍被覆の大域積へ変える。右の経路は、有理曲線のtangent boxと二点評価でLie括弧の障害を消し、Höringの積定理へ渡す。tangent boxは臨界点をもつ写像でもよく、可積分性を得る前の局所積座標とは同一視しない。

2本の間に実線の証明依存を置いていない。左の原稿は右の主定理を序論で背景として引用するが、主証明の入力には使わない。右のCorollary 1.2は左の主定理ではなくHöringを使う。この確認範囲は各主結果への主要な接続であり、未調査の参考文献・付録全体について依存の不存在を認定するものではない。

[OpenAI26a, Introduction, p. 3]

[OpenAI26b, Corollary 1.2, p. 2]

普遍被覆の記事の全体証明では、正則延長・面積評価・二種類の経路格子を追う。可積分性の記事では、形式boxの有理化と正則化、束の移送、二点評価の役割を追う。非単線織・nefかつbigの応用は前者、一般有理連結ファイバーと階数2の構造は後者にまとめる。後者のCorollary 5.1は、周囲の単線織Kähler多様体全体の可積分性や積を主張する結果ではない。

[OpenAI26b, Corollary 5.1, pp. 12–13]

3. 原典・確認範囲

公式分野は **Algebraic and complex geometry**（公式順2番目、番号032–069）。overview.pdfのp.7では052を **Tangent-bundle splittings and universal covers** と表記し、CONTENTS.mdの見出しは **Tangent splittings and product decompositions** である。公式概要の表紙日付はOctober 6, 2026、参照commitは 1581d4cbdd69a0faf34b2089614fe2a814316a6a。2本ともSeptember 23, 2026版を読む。

OpenAI Research Catalog · Catalogue 052 · p. 7

記事の主要結果と各結論への証明概略、直接入力の記事・適用箇所を照合した。普遍被覆論文のKollár–Mori入力の定理本文・ページ、Appendices A–Dの別証明、外部定理の証明全体は未確認として残る。個々の記事末尾に読書案内と確認範囲を記す。概説・図・引用の整合確認は、原稿全体の正しさの認定や専門家査読とは別である。

Universal-cover splitting for compact Kähler manifolds

正則boxの延長から、指定された二分裂に適合する普遍被覆の積へ

原稿の主証明は、二つの可積分な接束因子に接する正則写像を延長し、葉に沿う経路と任意の経路の双方を長方形へ組み込む。局所積座標の存在から直ちに大域積を結論するのではなく、局所積写像とその逆の全経路に沿う解析接続を構成する。nefかつbigな標準束の場合には、近似Kähler–Einstein計量が可積分性を供給する。

原稿の著者: OpenAI · September 23, 2026 · 33 ページ (参考文献を含む)

[GitHubで原稿を読む](#)

1. 主要結果

Theorem 1.1 — 指定分裂に適合する普遍被覆

X を複素次元 $n \geq 2$ のコンパクト連結Kähler多様体とし、

$$T_X = E_1 \oplus E_2$$

を、正の階数 r_1, r_2 をもつ可積分な正則部分束への指定された分裂とする。通常位相での普遍被覆 $\pi: \tilde{X} \rightarrow X$ に対して、連結かつ単連結な複素多様体 Y_1, Y_2 と双正則写像 $\Phi: \tilde{X} \rightarrow Y_1 \times Y_2$ が存在し、 $d\pi$ による $T_{\tilde{X}} = \pi^*T_X$ の同一視の下で

$$d\Phi(\pi^*E_i) = \text{pr}_i^*T_{Y_i}, \quad \dim_{\mathbb{C}} Y_i = r_i \quad (i = 1, 2)$$

となる。因子は基点を通る内在的な葉の普遍被覆として構成され、非コンパクトでもよい。有限被覆が積になるという主張は含まない。

Theorem 1.1 · p. 3

Corollary 1.2 — 非単線織射影多様体

X を滑らかな連結非単線織複素射影多様体とし、 $T_X = E_1 \oplus E_2$ を正階数の正則部分束への指定分裂とする。このとき両部分束は可積分であり、通常の普遍被覆はTheorem 1.1と同じ適合的な積分分解をもつ。

Corollary 1.2 · p. 3

Corollary 1.3 — 標準束がnefかつbigの場合

X を次元 $n \geq 2$ の滑らかな連結複素射影多様体で、 K_X がnefかつbigであるものとする。正階数の部分束への任意の指定された正則分裂 $T_X = E_1 \oplus E_2$ について、両部分束は可積分となり、通常の普遍被覆はTheorem 1.1の適合的な積分分解をもつ。

Corollary 1.3 · p. 4

図の矢印に付した引用

略号のない定理・補題・節・式番号は本原稿 [Universal-cover splitting for compact Kähler manifolds](#) を指します。外部入力には次の略号を使います。

- [Iva S. Ivashkovich](#) — Extra extension properties of equidimensional holomorphic mappings: results and open questions : Stein内の領域からの写像を正則包へ有理型延長する。正則性の回復は本稿で行う。
arXiv:0810.4588v2 (2008-11-11); PDF title-page date November 7, 2018。
- [Hor07](#) [Andreas Höring](#) — Uniruled varieties with split tangent bundle : 非単線織射影多様体上の指定接束分裂を可積分にする。arXiv:math/0505327v3 (2017-11-09); PDF title-page date November 2, 2018。
- [Song Jian Song](#) — Riemannian geometry of Kähler–Einstein currents : crepantな標準モデル解消上の近似 Kähler–Einstein計量と正則部分での滑らかな収束。arXiv:1404.0445v1 (2014)。
- [KM98](#) [János Kollár](#); [Shigefumi Mori](#) — Birational Geometry of Algebraic Varieties : 標準束の半豊富性の入力。原稿内での適用を確認したが、書籍の定理本文・ページは未照合。Cambridge Tracts in Mathematics 134 (1998); cited edition, theorem page not independently checked。

各引用に結果番号とページを付します。誌面番号とPDF内の位置が異なる場合は両方を示します。GitHubの閲覧リンクではページ位置への自動移動を前提としません。

2. Theorem 1.1 の証明 — boxの全域延長と双方向の解析接続

証明対象 : [Theorem 1.1 · p. 3](#) 仮定・全結論を参照する。

証明の道筋。 可積分性から局所積座標を作る。Hartogs延長と混合境界の面積評価により、指定された二つの軸を全polydisk上で結合する。この「軸の定義域を失わない」性質で有限格子を埋め、局所積写像とその逆をとともに全経路に沿って接続する。最後にmonodromyと被覆の持ち上げを用いる。以下の図は主定理までの全体を示し、各段階の説明は直後に置く。

$P_i : T_X \rightarrow E_i$ は指定直和に沿う正則射影であり、計量直交射影とは限らない。 $f : U \subset \mathbb{C}^a \times \mathbb{C}^b \rightarrow X$ がboxであるとは、二つのパラメータ方向の微分がそれぞれ E_1, E_2 に入ることをいう。全階数性や埋込みは要求しない。

1 局所積と box

$T_X = E_1 \oplus E_2$, E_1, E_2 は可積分
 $df(T\mathbb{C}^a) \subset E_1$, $df(T\mathbb{C}^b) \subset E_2$

有理型延長の曲線ファイバーを接方向で排除
[\[Iva, Theorem 2.2, p. 3\]](#) [Proposition 3.1 · pp. 6–8](#)

2 不定点を除き、混合境界を越える

$H \rightarrow X \rightsquigarrow Q \rightarrow X$ (正則 box)
 $\delta_j/\lambda_j \rightarrow 0$, $\lambda_j/\sqrt{\delta_j} \rightarrow 0$

閉 Kähler 形式の面積評価で殻を作り、軸と合わせて延長
[Lemma 4.1; Proposition 4.2; \(4.2\)–\(4.5\) · pp. 8–11](#)
[Propositions 5.1, 5.3; Lemma 5.2 · pp. 12–13](#)

3 指定軸を全 polydisk 上で保持

$\alpha : S \rightarrow X$, $\beta : T \rightarrow X \rightsquigarrow F : S \times T \rightarrow X$
 反対側の辺も同じ定義域上の正則代表をもつ

各タイルで全軸を再利用し、任意の連続経路を処理
[Proposition 6.1 · pp. 14–15](#)

4 軸指定と対角線指定の経路格子

$R(s, 0) = \alpha(s)$, $R(0, t) = \beta(t)$ または $R(s, s) = \gamma(s)$

順逆の芽を全経路接続し、monodromy と被覆持ち上げ
[Lemma 6.2; Proposition 6.3 · pp. 15–17](#) [Proof of Theorem 1.1 · p. 17](#)

5 普通普遍被覆の適合的な積

$\tilde{X} \simeq \tilde{L}_1 \times \tilde{L}_2 = Y_1 \times Y_2$
 $d\Phi(\pi^* E_i) = \text{pr}_i^* T_{Y_i}$, $\dim Y_i = r_i$

局所積からHartogs延長、混合境界延長、全polydisk、経路長方形、普遍被覆の積へ進む証明図

図を拡大 ↗ TeXソース ↓

1. 可積分性は局所積を与え、接方向は有理型延長の不定点を除く

Frobeniusの二つの局所沈め込みを組み合わせると、 E_i が各座標ブロックの接方向となる局所座標を得る。座標変換は局所的に $(z_1, z_2) \mapsto (h_1(z_1), h_2(z_2))$ と分離する。これは計量が積であるという主張ではない。

Lemma 2.1; Definition 2.2 · pp. 5–6

Hartogs図形 $H \subset \mathbb{C}^2$ 上のboxにIvashkovichの定理を適用すると、その正則包であるbidisk Q へ有理型に延長する。 H がStein多様体内の領域で、標的がコンパクトKählerであることが入力条件である。原稿はここから正則性を別に示す。グラフ $\Gamma \subset Q \times X$ の射影に曲線ファイバーがあれば、局所積座標の成分 h の一つがその曲線上で変動する。たとえば h が第一成分なら、一般点で (s, h) のレベルは孤立する。一方、近傍の通常グラフでは h が t に依存せず、そのレベルは t 方向を含む。境界を避ける小球内のレベルが正次元コンパクト解析集合になり、矛盾する。proper性と通常グラフの稠密性・連結性から残る有限ファイバーも一点となり、連続かつ局所有界な座標表示で不定点を除く。Hartogs図形を定めるアフィン座標とbox方向 (s, t) は一致していなくてもよい。

[Iva, Theorem 2.2, p. 3]

Proposition 3.1 · pp. 6–8

2. 閉Kähler形式と二つのスケールで混合境界を越える

複素接線が s, t の両方向に非零成分をもつ滑らかな凸境界点を考える。 v を複素接方向、 u を横断方向とすると、box条件とコンパクト性による $\sup_X \|P_i\| < \infty$ から $\|df(\partial_{\text{Re } u})\| \leq C\|df(\partial_{\text{Re } v})\|$ を得る。 $u = x < 0$ 、 $|v| \leq k\sqrt{-x}$ の円板の面積 $A(x)$ について、 $d\omega = 0$ とStokesの定理は境界の収縮項を利用した上界を与える。

$x_j = -\delta_j \rightarrow 0$ のスライス内で多数の互いに素な環帯を取り、一つの面積を0へ収束させる。Lemma 4.1の微分再スケール議論によりその像は一つの積座標に入る。選ばれた半径 λ_j は

$$\delta_j/\lambda_j \rightarrow 0, \quad \lambda_j/\sqrt{\delta_j} \rightarrow 0$$

を同時に満たす。前者は構成するHartogs殻の幅が残りの境界距離を越えること、後者は殻が元の接円板に収まることを保証する。積座標内の分離式で殻を横に厚くし、Proposition 3.1で充填する。任意のKähler計量を使い、二部分束の直交性・平行性は仮定しない。

Lemma 4.1; Proposition 4.2; (4.2)–(4.5) · pp. 8–11

3. 指定軸を全polydisk上で組み合わせる

同じ点から出る E_1, E_2 に接する正則円板を、 $|s|^{2m} + |t|^{2m} < R^{2m}$ 上で延長する。軸以外の境界では前段を使い、軸上では指定円板そのものを使う。 $R < 1$ で停止できないことと $m \rightarrow \infty$ により、全polydisk上のboxを得る。高次元軸の場合、まず放射状の円板を組み合わせ、有限個の積座標からなる格子のパラメータ付きで再構成する。この再構成が正則なパラメータ依存性を与えるので、点ごとのboxの存在だけで済ませていない。

Propositions 5.1, 5.3; Lemma 5.2 · pp. 12–13

4. 二種類の有限格子が順写像と逆写像の接続を担う

葉に沿う二経路を小片へ分割し、各片を正則plaque写像と連続パラメータの合成で表す。Proposition 5.3により一つのタイルを埋めた後も、反対側の辺は元の全polydisk上の正則代表をもつ。したがって像の大きさを逐次小さく保つ必要なく、軸指定の長方形を完成できる。任意の経路 γ には対角タイルを先に置き、対角から離れる順に残りを埋めて $R(s, s) = \gamma(s)$ とする。この二つ目の構成が逆写像の全経路接続に必要である。

Proposition 6.1 · pp. 14–15

5. 葉の普遍被覆で双正則性と指定分裂への適合性を得る

基点を通る葉 L_i には X の部分空間位相ではなく内在的なplaque位相を入れる。Lemma 6.2により連結な複素多様体として普遍被覆 $Y_i = \tilde{L}_i$ を取れる。積座標由来の相互に逆な芽 $H_o : L_1 \times L_2 \rightarrow X$ 、 $K_o : X \rightarrow L_1 \times L_2$ を、Proposition 6.3が長方形に沿ってともに接続する。

Lemma 6.2; Proposition 6.3 · pp. 15–17

monodromyで単連結被覆上に写像を定義し、基点を一致させた被覆持ち上げ $\tilde{H} : Y_1 \times Y_2 \rightarrow \tilde{X}$ と $\tilde{K} : \tilde{X} \rightarrow Y_1 \times Y_2$ を取る。二合成は基点近傍で恒等なので、連結性と一致の定理で全域でも恒等となる。 $d\tilde{K}$ の誤った因子への成分も正則束写像として全域で消える。微分が可逆で $\dim Y_i = r_i$ であるため、包含は等号となる。これで積同型だけでなく、指定された埋込み $E_i \subset T_X$ への適合性も示される。

Proof of Theorem 1.1 · p. 17

3. Corollary 1.2 の証明 — 可積分性を外部定理から供給する

証明対象：Corollary 1.2 · p. 3 仮定・結論を参照する。

1 非単線織の射影多様体

X は滑らか・連結・射影、 $T_X = E_1 \oplus E_2$
 正階数の正則部分束への指定分裂

非単線織性から Lie 括弧の閉性を得る

[\[Hor07, Theorem 1.3, p. 1\]](#)

2 二つの可積分な分布

$[E_i, E_i] \subset E_i \quad (i = 1, 2)$

射影性から Kähler 性を得て、全経路接続を適用

[Theorem 1.1 · p. 3](#) [Corollary 1.2 · p. 3](#)

3 適合的な普遍被覆の積

$\tilde{X} \simeq Y_1 \times Y_2, \quad d\Phi(\pi^* E_i) = \text{pr}_i^* T_{Y_i}$

非単線織性からHöringの定理で可積分性を得て、主定理で普遍被覆を分解する

[図を拡大 ↗](#) [TeXソース ↓](#)

1. 非単線織性から可積分性へ

HöringのTheorem 1.3は、非単線織な射影多様体の正則接束分裂について両因子の可積分性を与える。原稿の仮定はその適用条件を満たす。ここで得るのはLie括弧に関する閉性である。

[\[Hor07, Theorem 1.3, p. 1\]](#)

2. 可積分性から普通普遍被覆の積へ

滑らかな複素射影多様体はコンパクトKählerなので、前段をTheorem 1.1へ入力できる。順序は「指定された正則分裂→可積分な二分布→適合的な普遍被覆の積」であり、最初の分裂だけから一般に最後の結論を導いてはいない。

[Corollary 1.2 · p. 3](#)

[Theorem 1.1 · p. 3](#)

4. Corollary 1.3 の証明 — 近似計量の誤差を消して可積分性へ戻す

証明対象：[Corollary 1.3 · p. 4](#) 仮定・結論を参照する。

原稿§7の経路をたどる。 $f: X \rightarrow Z$ を標準モデルへの縮約、 $X^\circ = f^{-1}(Z_{\text{reg}})$ とする。ここで使う計量上の平行性は X° 上の主張であり、 X 全体の滑らかな積計量を構成するものではない。

1 標準モデル上の正則部分へ

K_X は nef かつ big, $f: X \rightarrow Z$, $K_X = f^*K_Z$
 $X^\circ = f^{-1}(Z_{\text{reg}})$

crepant 解消上で近似計量と局所的な滑らかな収束を使う
[\[Song, Equation \(4.28\); Lemma 4.1, pp. 27–28\]](#) [Lemma 7.2 · p. 18](#)

2 近似計量の誤差を制御

$\text{Ric}(\omega_\varepsilon) = -\omega_\varepsilon + \varepsilon\omega_A$, $g_\varepsilon \rightarrow g$ on X°

二つの第一 Chern 類を加えて曲率の次数を相殺
[Proposition 7.3; \(7.1\) · pp. 18–19](#)

3 第二基本形式の消滅

$0 \leq \int_X \sum_j |B_{j,\varepsilon}|^2 dV_\varepsilon \leq \frac{\varepsilon}{(n-1)!} \int_X \omega_A \wedge \omega_\varepsilon^{n-1} = O(\varepsilon)$
 $\nabla_g(E_i|_{X^\circ}) \subset E_i|_{X^\circ}$

torsion-free 性と正則な Frobenius 障害の一致の定理
[Proposition 7.3; \(7.1\) · pp. 18–19](#)

4 稠密開集合から全体の可積分性へ

$\Lambda^2 E_i \rightarrow T_X/E_i$, $u \wedge v \mapsto [u, v] \bmod E_i = 0$

コンパクト Kähler 性と可積分性を主定理へ入力
[Theorem 1.1 · p. 3](#) [Proof of Corollary 1.3 · p. 19](#)

5 普通普遍被覆の積へ

$\tilde{X} \simeq Y_1 \times Y_2$, $d\Phi(\pi^* E_i) = \text{pr}_i^* T_{Y_i}$

標準モデル、近似Kähler–Einstein計量、第二基本形式の積分評価、可積分性、普遍被覆の積

図を拡大 ↗ TeXソース ↓

1. 標準モデルと近似Kähler–Einstein計量

Proposition 7.1は $K_X = f^*K_Z$ 、 K_Z がample、 Z がcanonicalで、 f が Z_{reg} 上同型となる縮約を構成する。半豊富性には原典が引用するKollár–Moriのbase-point-free theoremを使い、 $D = K_X$ と整数 $a > 1$ について $aD - K_X = (a-1)K_X$ がnefかつbigとなる。この書籍入力は適用箇所を確認したが、入力定理本文・正確なページは今回未照合である。

Proposition 7.1 · pp. 17–18

Songの近似はこの滑らかなcrepant解消に適用され、 $0 < \varepsilon < 1$ について

$$\mathrm{Ric}(\omega_\varepsilon) = -\omega_\varepsilon + \varepsilon\omega_A, \quad [\omega_\varepsilon] = 2\pi c_1(K_X) + \varepsilon[\omega_A]$$

を満たす計量を与える。 X° のコンパクト部分上で負のKähler–Einstein計量 g へ滑らかに収束することが次段で使う内容である。距離完備化が Z になるというSongの別の結論は、この本文経路では必要ない。

[Song, Equation (4.28); Lemma 4.1, pp. 27–28]

Lemma 7.2 · p. 18

2. 第二基本形式の消滅から大域的可積分性へ

$P_{j,\varepsilon}$ を g_ε による E_j への直交射影、 $B_{j,\varepsilon}$ を第二基本形式とする。これらの射影は、主証明の指定直和に沿う射影とは異なる。曲率公式を二部分束について積分して加えると、 $c_1(E_1) + c_1(E_2) = c_1(T_X)$ に よって次数が相殺する。 $C_\varepsilon = P_{1,\varepsilon} + P_{2,\varepsilon} - I$ は $\mathrm{tr} C_\varepsilon = 0$ 、 $-I \leq C_\varepsilon \leq I$ を満たすため、

$$0 \leq \int_X \sum_{j=1}^2 |B_{j,\varepsilon}|^2 dV_\varepsilon \leq \frac{\varepsilon}{(n-1)!} \int_X \omega_A \wedge \omega_\varepsilon^{n-1} = O(\varepsilon).$$

右辺の有界性はコホモロジー類の多項式から従う。 X° 上の滑らかな収束により極限の第二基本形式は0 となり、 g の接続は両因子を保つ。Kähler接続のtorsion-free性から X° 上で可積分であり、正則な Frobenius障害

$$\Lambda^2 E_j \longrightarrow T_X/E_j, \quad u \wedge v \longmapsto [u, v] \bmod E_j$$

が稠密開集合で消えるので X 全体でも消える。これが計量的な議論を、主定理の正則な仮定へ戻す箇所 である。

Proposition 7.3; (7.1) · pp. 18–19

3. 大域積を与えるのは再びTheorem 1.1

得られた可積分性と射影性からTheorem 1.1が適用でき、指定分裂に適合する普通普遍被覆の積を得 る。 X° の計量はこの議論で完備と仮定しておらず、そこでの平行性へde Rham分解を直接適用したわ けではない。Appendices A–Dは、潰れる標準モデルのファイバーを通る別の大域接続法を展開する が、本記事の証明経路からは区切る。

Proof of Corollary 1.3 · p. 19

5. どの論文が、どの段階を担うか

入力

[Iva, Theorem 2.2, p. 3]

使用箇所

Proposition 3.1

供給内容・適用条件

Stein内のHartogs領域、コンパクトKähler標的から有理型延長

確認範囲

外部の主張と本稿の適用を照合。正則性の回復は本稿自身の議論

入力

[Hor07, Theorem 1.3, p. 1]

使用箇所

Corollary 1.2

供給内容・適用条件

非単線織・射影の条件下で指定分裂を可積分にする

確認範囲

外部の主張と本稿p.3の適用を照合

入力

KM98 : Theorem 3.3

使用箇所

Proposition 7.1

供給内容・適用条件

K_X の半豊富性

確認範囲

原稿での適用確認。書籍の定理本文・ページは未照合

入力

[Song, Equation (4.28); Lemma 4.1, pp. 27–28]

使用箇所

Lemma 7.2 $\rightarrow$ Proposition 7.3

供給内容・適用条件

crepant解消上の近似計量、非例外部分での滑らかな収束

確認範囲

入力記述と適用条件を照合。外部証明は追跡対象外

同じ052の有理連結多様体上の可積分性の記事は、主定理の可積分性仮定を成立させる別の状況を扱う。本稿序論にはそのTheorem 1.1の引用があるが、本稿の主証明・上記二つの系がそれを直接使うわけではない。

Introduction · p. 3

6. 原典を読む入口と確認範囲

- Theorem 1.1 · p. 3 — 仮定としての可積分性と指定分裂への適合性
- Proposition 3.1 · pp. 6–8 — 有理型延長の例外ファイバーを除く論証
- Lemma 4.1; Proposition 4.2; (4.2)–(4.5) · pp. 8–11 — 閉Kähler形式、面積評価、二つのスケール
- Propositions 5.1, 5.3; Lemma 5.2 · pp. 12–13 — 軸の全polydiskを保った延長
- Proposition 6.1 · pp. 14–15 — 軸指定と対角線指定の二つの格子
- Proof of Theorem 1.1 · p. 17 — 双方向延長から積同型と適合性へ
- Proposition 7.3; (7.1) · pp. 18–19 — 計量的平行性から大域可積分性への移行

本記事では主結果と§§2–7の証明本文を読み、主定理の全結論、二つの系への接続、Ivashkovich · Höring · Songの入力の記述と適用箇所を照合した。Kollár–Moriのbase-point-free theoremの原典本文・ページは未照合である。Appendices A–Dの別証明、外部定理そのものの証明、背景文献・標準的な解析集合論と被覆理論の全証明は独立検証していない。説明は原稿の論証を整理したものであり、全証明の正しさの認定や専門家査読を意味しない。

Integrability of split tangent bundles on rationally connected manifolds

形式的な接方向の分離、有理写像の延長、bracket tensorの消滅

この原稿は、有理連結な滑らかな射影多様体の指定された正則接束分裂について、両直和因子の可積分性を示す。鍵は、有理曲線を対角線上に持ち、二つの因子方向がそれぞれの直和因子に接する写像を作ることである。その写像上の相対接続がbracket tensorの値を自明束に移し、二点を動かせる有理曲線族がその消滅を強制する。大域的な積分分解には、さらにHöringの積定理を用いる。

原稿の著者: OpenAI · September 23, 2026 · 16 ページ (参考文献を含む)

[GitHubで原稿を読む](#) ↗

1. 主要結果

Theorem 1.1 — 指定された両直和因子の自動可積分性

X を次元が少なくとも 2 の滑らかな連結射影複素多様体とする。 X の一般の二点がある射 $\mathbb{P}^1 \rightarrow X$ の像に含まれると仮定する。ここで「一般の二点」は、 $X \times X$ のある非空Zariski開集合に属するすべての組を意味する。正のrankを持つ部分束への任意の指定された正則分裂

$$T_X = E_1 \oplus E_2$$

に対して、 E_1, E_2 はともに可積分である。分裂には部分束の埋込み $E_i \subset T_X$ も含める。

[Theorem 1.1 · p. 1](#)

Corollary 1.2 — 指定分裂に適合する本体の積

Theorem 1.1の仮定の下で、滑らかな射影多様体 X_1, X_2 と同型 $X \simeq X_1 \times X_2$ が存在し、この同型の下で

$$E_i = \text{pr}_i^* T_{X_i} \quad (i = 1, 2)$$

が部分束として成立する。結論は X 自体の積である。

Corollary 5.1 — 有理連結商から得る二つのファイブレーション

X を連結な uniruled compact Kähler 多様体、 $T_X = V_1 \oplus V_2$ を正則分裂とする。有理連結商の一般ファイバーを Z 、 $W_i = T_Z \cap V_i|_Z$ と置く。各 $i = 1, 2$ に対して almost-holomorphic fibration $\varphi_i: X \dashrightarrow Y_i$ が存在し、その一般ファイバー F_i は有理連結であり、適合する選択 $F_i \subset Z$ に対して

$$T_{F_i} = W_i|_{F_i} \subset V_i|_{F_i}$$

を満たす。 $W_i = 0$ なら $\varphi_i = \text{id}_X$ と点ファイバーを選べる。

さらに $\text{rank } V_1 = 2$ なら、次のちょうど一つが成立する。

1. $W_1 = V_1|_Z$ 。 X は analytic fiber bundle $X \rightarrow Y$ を持ち、一般ファイバーは有理連結、 $T_{X/Y} = V_1$ 。
2. W_1 は線束。 equidimensional な正則写像 $X \rightarrow Y$ が存在し、一般ファイバー F は有理曲線で、 $T_F \subset V_1|_F$ 。
3. $W_1 = 0$ 。 同値に $T_Z \subset V_2|_Z$ 。

Corollary 5.1 · pp. 12–13

図の矢印に付した引用

略号のない定理・補題・節・式番号は本原稿 [Integrability of split tangent bundles on rationally connected manifolds](#) を指します。外部入力には次の略号を使います。

- [Hor07](#) Andreas H\"oring — Uniruled varieties with split tangent bundle : 有理連結多様体で可積分な指定分裂から適合する積を得る。 arXiv:math/0505327v3 (PDF margin: 9 Nov 2017; internal date: November 2, 2018); numbering of this preprint, not the journal version.
- [Hor08](#) Andreas H\"oring — The structure of uniruled manifolds with split tangent bundle : RC商の一般ファイバー、その射影性と接束分裂、almost-holomorphic fibration と rank 2 の三分岐。 Osaka Journal of Mathematics 45 (2008), 1067–1084; published text, repository PDF with one cover sheet.

各引用に結果番号とページを付します。誌面番号とPDF内の位置が異なる場合は両方を示します。GitHubの閲覧リンクではページ位置への自動移動を前提としません。

2. Theorem 1.1 — 主定理の証明概略

証明対象：Theorem 1.1 · p. 1

証明の道筋。 Theorem 1.1の分裂に付随する射影を P_i とする。まず有理連結性を使わずに、任意の $g: C = \mathbb{P}^1 \rightarrow X$ を接方向の分かれた写像 $F: S = C \times C \rightarrow X$ に延長する。Proposition 2.1の節でこの構成を説明する。相対接続によって F^*E_i を第 i 因子からの引戻しに同定した後、初めて有理連結性を二点評価の全射性に使う。

1 正則分裂と有理曲線

$T_X = E_1 \oplus E_2$, $g: C = \mathbb{P}^1 \rightarrow X$
射影 P_i を固定。可積分性はまだ仮定しない。

形式解を有理化し、例外曲線を縮約する。
[Proposition 2.1 · p. 3](#)

2 接方向を分ける写像

$F: C \times C \rightarrow X$, $F|_\Delta = g$, $dF(T^{(i)}) \subset F^*E_i$

射影 bracket 接続を $\mathbb{P}^1$ ファイバーへ引き戻し輸送する。
[Proposition 3.1; equation \(3.2\) · p. 10](#)

3 曲線上で入力と出力を分ける

$L_i = \{s_j = b\}: F^*E_i|_{L_i} \simeq g^*E_i, F^*E_j|_{L_i} \simeq \mathcal{O}_C \otimes E_{j,g(b)}$

有理連結性をここで使い、二点評価が submersion となる族を選ぶ。
[Lemma 4.1 · p. 11](#)

4 二点評価で bracket を試す

$u(a) = v(a) = 0$, $\text{span}\{u(b)\} = E_{i,g(b)}$
 $\sigma_{u,v} = \Theta_j^{-1}(F^*B_i)(\Theta_i u \wedge \Theta_i v)$
自明束の定数切断: $\sigma_{u,v}(a) = 0 \Rightarrow \sigma_{u,v}(b) = 0$ 。

対角線で輸送は恒等。開集合上の消滅を恒等原理で延ばす。
[Theorem 1.1 \(proof\) · p. 11](#)

5 両方の指定部分束が可積分

$B_i(g(b)) = 0 \ (i = 1, 2) \implies B_1 = B_2 = 0 \text{ on } X$

接方向を分ける写像と相対接続を経て両bracket tensorを消す

図を拡大 ↗ TeXソース ↓

1. 接する写像上で補因子の束を自明化する

$F|_{\Delta} = g$, $dF(T^{(i)}) \subset F^*E_i$ を満たす F を取る。ただし $T^{(i)} = \text{pr}_i^* T_C$ である。 F は臨界点を持ち得るので、局所座標系や X の局所積分分解とは扱わない。

$i \neq j$ に対し、 $\xi \in E_j$, $e \in E_i$ に対する $\nabla_{\xi}^i e = P_i[\xi, e]$ は、方向変数でテンソル的、 e について Leibniz 則を満たす部分接続である。どちらの束の可積分性もこの構成には不要である。 F の接条件により、 F^*E_i 上に pr_i に関する相対正則接続が引き戻される。これは dF の逆を使わず、臨界点でも定義される。

その接続を各 $\mathbb{P}^1$ ファイバーへ制限すると曲率は正則2形式なので零であり、単連結性から平行移動は経路に依らない。対角線上を始点とする移動は正則に変化し、Proposition 3.1の同型

$$\Theta_i: \text{pr}_i^*(g^*E_i) \xrightarrow{\sim} F^*E_i, \quad \Theta_i|_{\Delta} = \text{id}$$

を与える。ここで平坦なのは曲線ファイバー上への制限であり、 X 全体の平坦接続を得たわけではない。

Proposition 2.1 · p. 3 · Proposition 3.1; equation (3.2) · p. 10

2. 二点評価から、一点で消え他点を張る切断を得る

異なる $a, b \in C$ を固定する。Lemma 4.1は、 $G: C \times T \rightarrow X$ で $(\text{ev}_a, \text{ev}_b): T \rightarrow X \times X$ が submersion となる非空の族を与える。Appendix Bでは射影空間内の多項式表示を用いて可算個の曲線族を作り、その二点評価の像が一般の点对を覆うことを使う。すべての像が低rankなら測度零となるため、少なくとも一つは全rankを持つ。

各 $g = G(\cdot, \tau)$ について族を微分すると g^*T_X の大域切断を得る。二点評価の微分の全射性と P_i による射影から、 a で消える g^*E_i の大域切断の b における値が $E_{i,g(b)}$ を張る。各曲線の tangent box を族として正則に選ぶ必要はない。

Lemma 4.1 · p. 11 · Appendix B; Lemma 4.1 (proof) · pp. 14–15

3. 定数切断に還元して両方のbracketを消す

可積分性の障害は正則束射

$$B_i: \bigwedge^2 E_i \longrightarrow E_j, \quad B_i(e, e') = P_j[e, e'] \quad (j \neq i)$$

である。 $L_i = \{s_j = b\} \subset S$ に制限すると、 Θ_i は入力束を g^*E_i と、 Θ_j は出力束を $\mathcal{O}_C \otimes E_{j,g(b)}$ と同定する。 a で消える切断 $u, v \in H^0(C, g^*E_i)$ に対し

$$\sigma_{u,v} = \Theta_j^{-1}((F^*B_i)(\Theta_i u \wedge \Theta_i v)) \in H^0(C, \mathcal{O}_C \otimes E_{j,g(b)})$$

は定数であり、 a で零なので b でも零である。 (b, b) では $F(b, b) = g(b)$ かつ輸送は恒等であるため、 $B_i(g(b))(u(b) \wedge v(b)) = 0$ 。前段の張る性質から $B_i(g(b)) = 0$ となる。 ev_b の像は非空開集合であり、連結な X 上の恒等原理により B_i は全体で消える。 $i = 1, 2$ の双方に同じ議論を行うことで、両方の指定部分束の可積分性を得る。

Theorem 1.1 (proof) · p. 11

3. Proposition 2.1 — 形式的な接条件から大域的なtangent boxへ

証明対象：Proposition 2.1 · p. 3

Proposition 2.1 — Tangent box

X を滑らかな射影複素多様体、 $T_X = E_1 \oplus E_2$ を固定した正則分裂とする。 $C = \mathbb{P}^1$ 、 $S = C \times C$ 、 $\Delta \subset S$ を対角線、 $T^{(i)} = \text{pr}_i^* T_C$ と置く。任意の正則写像 $g: C \rightarrow X$ に対し、正則写像 $F: S \rightarrow X$ が存在し、

$$F|_{\Delta} = g, \quad dF(T^{(i)}) \subset F^* E_i \quad (i = 1, 2)$$

を満たす。いずれの直和因子の可積分性も仮定しない。

Proposition 2.1 · p. 3

1 形式的 Cauchy 問題

$$u = s, v = t - s: \quad \widehat{F}(u, 0) = g(u), \quad \partial_v \widehat{F} = P_2(\widehat{F}) \partial_u \widehat{F}$$

射影の冪等性により形式方程式と二つの接条件が同値。

[Lemma 2.2; equation \(2.2\) · pp. 4–5](#)

2 一意な形式解を貼り合わせる

$$\widehat{F} = \sum_{k \geq 0} f_k(u) v^k, \quad f_1 = P_2(g) g'$$

係数の再帰。一意性で座標変換に適合。収束は未使用。

$I/I^2 = \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(-2)$ の filtration で上界を得る。

[Lemma 2.3; equations \(2.3\)–\(2.4\) · pp. 6–7](#)

3 切断数から有理関数を復元する

$$h^0(\Delta, M_m) \leq m^2 + O(m+1) < 2(m+1)^2$$

$$AS_0 + BS_\nu = 0 \quad \Rightarrow \quad S_\nu/S_0 = -A/B$$

分子・分母の共通冪を消去。base ideal の colength が減少する。

[Lemma 2.3; equations \(2.3\)–\(2.4\) · pp. 6–7](#)

[Lemma A.1 · pp. 13–14](#)

4 対角線の一部で正則化し、点 blowup で解消

$$R: S \dashrightarrow X, \quad \mu: S' \rightarrow S, \quad F': S' \rightarrow X$$

$$(P_1 dF') \wedge d(s \circ \mu) = 0, \quad (P_2 dF') \wedge d(t \circ \mu) = 0$$

例外因子の消滅次数を消去し、連結ファイバー上で定数とする。

[Lemma 2.5; Proposition 2.1 \(proof\) · pp. 8–9](#)

5 例外曲線を潰し正則写像を降下させる

$$P_1 dF'|_{T_H} = P_2 dF'|_{T_H} = 0 \quad \Rightarrow \quad dF'|_{T_H} = 0$$

$$F: S \rightarrow X, \quad F|_\Delta = g, \quad dF(T^{(i)}) \subset F^* E_i$$

形式解を切断の個数で有理化し、例外曲線を潰して大域的正則写像を得る

[図を拡大 ↗](#) [TeXソース ↓](#)

1. 射影により形式的Cauchy問題を解く

対角線近傍で $u = s, v = t - s$ と置くと、必要な接条件は

$$\widehat{F}(u, 0) = g(u), \quad \partial_v \widehat{F} = P_2(\widehat{F}) \partial_u \widehat{F}$$

と同値である。 $\hat{F} = \sum f_k(u)v^k$ の係数比較で $(k+1)f_{k+1}$ が既知の係数とその u 微分から決まり、局所解の一意性が座標変換上の貼合せを与える。この時点では法線方向の収束を主張していない。

Lemma 2.2; equation (2.2) · pp. 4–5

2. 対角線の正の法束を切断数の不足へ変換する

射影埋込み $X \subset \mathbb{P}^N$ の形式的引戻し線束を L 、 $L|_\Delta \simeq \mathcal{O}_C(d)$ とする。 $I/I^2 \simeq \mathcal{O}_C(-2)$ より、 $M_m = L \otimes \hat{\mathcal{O}}_S(m, m)$ の法線方向の消滅次数filtrationは

$$\dim H^0(\Delta, M_m) \leq \sum_{k \geq 0} \max\{d + 2m - 2k + 1, 0\} = m^2 + O(m + 1)$$

を与える。一方、多項式切断の対の空間は $2(m+1)^2$ 次元なので、形式的同次座標 S_0, S_ν に対する $AS_0 + BS_\nu = 0$ という非自明な関係が得られる。これにより $S_\nu/S_0 = -A/B$ を有理関数で表す。対角線上の一点で分母の先頭係数を非零に選び、共通の法線変数の冪を消去することで、同じ形式展開を持つ正則写像がその近傍に得られる。この段階で原稿は外部のG3定理を使わない。

Lemma 2.3; equations (2.3)–(2.4) · pp. 6–7 · Remark 2.4 · p. 8

3. 両接条件が例外曲線上の微分を零にする

得られた有理写像を有限個の点のblowup $\mu: S' \rightarrow S$ で解消し、 $F': S' \rightarrow X$ を得る。Appendix Aは局所base idealのcolengthを減少量として、この解消の有限停止を示す。接条件から

$$(P_1 dF') \wedge d(s \circ \mu) = 0, \quad (P_2 dF') \wedge d(t \circ \mu) = 0$$

が全体で成り立つ。例外曲線 H の一般点で $s \circ \mu - s(p) = r^\alpha h$ 、 $t \circ \mu - t(p) = r^\beta \tilde{h}$ と書く。正の次数の共通因子を消去して $r = 0$ に制限すると、 $P_1 dF'|_{T_H} = P_2 dF'|_{T_H} = 0$ 、したがって $dF'|_{T_H} = 0$ 。各例外成分は一点に写り、 μ のファイバーの連結性により F' は S へ降下する。孤立点での除去可能性によって降下写像は正則となり、恒等原理が対角線上の値と接条件を全域へ延長する。

Lemma A.1 · pp. 13–14 · Lemma 2.5; Proposition 2.1 (proof) · pp. 8–9

4. Corollary 1.2 — 可積分性から指定分裂に適合する積へ

証明対象：Corollary 1.2 · p. 2

対象はCorollary 1.2である。前節までの議論で得たのは指定部分束の可積分性であり、大域的な積を得る段階を分ける。

1 有理連結性と指定分裂

X 滑らか・連結・射影的, $T_X = E_1 \oplus E_2$
 Theorem 1.1 により両方の E_i が可積分。

少なくとも一方の可積分性を Höring の積定理へ渡す。

[\[Hor07, Theorem 1.4, p. 2\]](#)

2 指定部分束に適合する大域的な積

$X \simeq X_1 \times X_2$, $E_i = \text{pr}_i^* T_{X_i}$

閉じた切片に X の射影埋込みを制限する。

[Corollary 1.2 · p. 2](#)

3 因子も滑らかで射影的

$X_1 \simeq X_1 \times \{x_2\} \subset X$, $X_2 \simeq \{x_1\} \times X_2 \subset X$

両部分束の可積分性から Höring の積定理を使い、因子の射影性を確かめる

図を拡大 ↗ TeXソース ↓

1. 積定理の仮定を満たし、因子を射影的な切片として実現する

Höring の Theorem 1.4 は、有理連結な射影多様体の指定分裂について、少なくとも一方の可積分性から両因子に適合する同型 $X \simeq X_1 \times X_2$ を与える。本稿の Theorem 1.1 がその追加仮定を満たす。得られた因子は滑らかであり、積の切片として X の閉複素部分多様体 to 実現できるので、 X の射影埋込みの制限が各因子の射影性を与える。

ここでの同定は正則接束の指定部分束との適合であり、計量に関する直交積を主張していない。また、有限被覆や普遍被覆へ移って得る積を本体の積と取り違えない。

[\[Hor07, Theorem 1.4, p. 2\]](#) · [Corollary 1.2 · p. 2](#)

5. Corollary 5.1 — 一般RCファイバーへの適用とrankによる三分岐

証明対象：Corollary 5.1 · pp. 12–13

対象は Corollary 5.1 である。 X 自体の射影性や有理連結性は仮定しない。Theorem 1.1 を適用する先は、RC商の一般ファイバー Z である。

1 一般 RC ファイバーを選ぶ

X uniruled compact Kähler, $T_X = V_1 \oplus V_2$
 Z 滑らか・連結・Kähler・有理連結

RC 商の存在、Campana の射影性、接束を保存する射影を使う。

[Hor08, Definition 2.9; Theorem 2.10, 誌面 p. 1070 / PDF p. 5]

[Hor08, remark after Definition 2.8, 誌面 p. 1070 / PDF p. 5]

[Hor08, Proposition 3.16, 誌面 p. 1073 / PDF p. 8]

2 射影的なファイバーで接束を分ける

Z 射影的, $T_Z = W_1 \oplus W_2$, $W_i = T_Z \cap V_i|_Z$

主定理の次元・正 rank の仮定を満たす場合だけ適用する。

Theorem 1.1 · p. 1

3 一般ファイバー上の可積分性

W_1, W_2 ともに可積分
 両 rank が正なら主定理。一方が零なら $0, T_Z$ 。

構造定理の可積分性の前提を満たす。零 rank には恒等写像。

[Hor08, Theorems 1.3–1.4, 誌面 p. 1068 / PDF p. 3]

[Hor08, Theorem 1.3 (proof), 誌面 p. 1074 / PDF p. 9]

4 二つの fibration と rank 2 の三分岐

$\varphi_i : X \dashrightarrow Y_i$, $T_{F_i} = W_i|_{F_i}$; $W_i = 0 \Rightarrow \varphi_i = \text{id}$
 $\text{rk } V_1 = 2$: $\text{rk } W_1 = 2, 1, 0$
 analytic fiber bundle / 有理曲線の一般ファイバー / $T_Z \subset V_2|_Z$ 。

一般RCファイバーの射影性と接束分裂を得て構造定理の可積分性の仮定を満たす

図を拡大 ↗ TeXソース ↓

1. 一般ファイバーで主定理の仮定を用意する

Höringの公刊版Definition 2.9とTheorem 2.10に従い、商のfibration locusの正則値上で Z を取る。 Z は滑らかで連結なコンパクト部分多様体としてKähler形式を継承し、有理連結である。同書のDefinition 2.8直後に述べられたCampanaの結果により Z は射影的になる。

さらにProposition 3.16は、周囲の射影 P_i が T_Z を保存することを与える。その制限は正則な相補的冪等射であり、連結な Z 上でrankは一定なので、その像は部分束 W_i をなし、 $T_Z = W_1 \oplus W_2$ 。両rankが正なら $\dim Z \geq 2$ でTheorem 1.1が適用できる。一方が零なら、二つは $0, T_Z$ であり可積分性は既に成立する。

[Hor08, Definition 2.9; Theorem 2.10, 誌面 p. 1070 / PDF p. 5] ·

[Hor08, remark after Definition 2.8, 誌面 p. 1070 / PDF p. 5] ·

[Hor08, Proposition 3.16, 誌面 p. 1073 / PDF p. 8] · Theorem 1.1 · p. 1

2. 一般ファイバー上の可積分性を二つのファイブレーションへ渡す

これでHöringのTheorem 1.3が要求する一般ファイバー上の可積分性が成立し、 $i = 1, 2$ の双方についてalmost-holomorphic fibrationと $T_{F_i} = W_i|_{F_i}$ が得られる。公刊版の定義は恒等写像を許し、同定理の証明は $W_i = 0$ の場合を id_X で処理している。この場合を正のrankを要するTheorem 1.1に無理に含めない。 W_i の可積分性から、周囲の V_i が一般に可積分だとは結論しない。

[Hor08, Theorems 1.3–1.4, 誌面 p. 1068 / PDF p. 3] · [Hor08, Theorem 1.3 (proof), 誌面 p. 1074 / PDF p. 9]

3. rank 2の仮定の下で全三結論を得る

$\text{rank } V_1 = 2$ なら、 $\text{rank } W_1$ は $2, 1, 0$ のいずれかである。HöringのTheorem 1.4は同じ可積分性の前提の下で、順にanalytic fiber bundleと $T_{X/Y} = V_1$ 、equidimensionalな正則写像と有理曲線の一般ファイバー、 $T_Z \subset V_2|_Z$ を与える。rankが互いに排他的かつ全体を尽くすので、Corollary 5.1の「ちょうど一つ」まで従う。

[Hor08, Theorems 1.3–1.4, 誌面 p. 1068 / PDF p. 3] · Corollary 5.1 · pp. 12–13

6. どの論文が、どの段階を担うか

供給する結果

[Hor07, Theorem 1.4, p. 2]

利用箇所

Corollary 1.2

使用内容と適用条件

射影的RC多様体で少なくとも一方が可積分な指定分裂を、適合する積へ移す

確認範囲

指定版の主張と本稿の適用を照合

供給する結果

[Hor08, Definition 2.9; Theorem 2.10, 誌面 p. 1070 / PDF p. 5] · [Hor08, remark after Definition 2.8, 誌面 p. 1070 / PDF p. 5]

利用箇所

Corollary 5.1の入力

使用内容と適用条件

一般RCファイバーを滑らかなコンパクトKähler・射影多様体として選ぶ

確認範囲

公刊版の定義・主張・Campanaの結果の引用記述を照合

供給する結果

[Hor08, Proposition 3.16, 誌面 p. 1073 / PDF p. 8]

利用箇所

一般ファイバーの分裂

使用内容と適用条件

周囲の射影が T_Z を保存し、相補的部分束を与える

確認範囲

主張と保存の議論を照合

供給する結果

[Hor08, Theorems 1.3–1.4, 誌面 p. 1068 / PDF p. 3] · [Hor08, Theorem 1.3 (proof), 誌面 p. 1074 / PDF p. 9]

利用箇所

二つのfibrationと三分岐

使用内容と適用条件

可積分な W_i からfibrationを構成。零rankは恒等、**rank** $V_1 = 2$ では三分類

確認範囲

主張と使用条件、恒等写像の扱いを照合

主定理のtangent box構成は本稿内部の議論である。形式関数論・G3は背景として挙げられるが、Lemma 2.3の直接入力とは記されていない。外部結果の記述と適用の照合を、外部結果自体の証明検証とは区別する。

7. 原典を読む入口と確認範囲

- Proposition 2.1 · p. 3 — 全体の接する写像を作る命題と、その3段階の構成。
- Lemma 2.3; equations (2.3)–(2.4) · pp. 6–7 — 形式切断の個数から有理式を復元する核心。
- Proposition 3.1; equation (3.2) · p. 10 — 可積分性を仮定しない相対接続と対角線からの正規化。
- Theorem 1.1 (proof) · p. 11 — 定数切断と二点評価を組み合わせる両bracketを消す。
- Corollary 1.2 · p. 2 — 積分解へ進む外部入力と因子の射影性。
- Corollary 5.1 · pp. 12–13 — RC商の一般ファイバー上で主定理を再適用する。

本概説では、主張欄、§§2–5とAppendices A–Bの証明本文を読み、形式解から有理写像への移行、例外曲線の縮約、相対輸送、二点評価からbracket消滅への接続を確認した。二つのHöring文献は指定した版の入力結果と適用箇所を照合した。Campanaによる射影性はHöring公刊版の引用記述で確認しており、その原論文の証明は読んでいない。

形式的貼合せ、base idealの減少論法、輸送のパラメータ依存を含む全技術事項の独立再構成、外部定理の全証明とその先の依存文献の再帰的検証は行っていない。専門家査読や主張全体の正しさの認定ではない。未記録の他カタログへの接続は未調査である。