

OpenAI Math Digest

CATALOGUE 003

準リーマン予想

総括・論文間のつながりと3篇の証明概説

独立した非公式の読解ガイド・日本語版

収録版: 2026-10-23

制作: Masataka Iwai・大阪大学

AI生成の解説には誤りや不正確な説明が含まれる可能性があります。重要な主張・証明は原論文でご確認ください。本冊子はWebサイトの解説をまとめたもので、原論文そのものではありません。専門家査読・形式検証は未実施です。

目次

総括に続き、公式カタログ順で全3篇の解説を収録しています。目次・引用はクリックできます。横長の表は紙面向けの項目一覧に組み直し、主張と参照先を保持しています。

00 · カタログ003 総括	3
01 · The Quasi-Riemann Hypothesis: A Zero-Free Half-Plane $\text{Re } s > 7/8$	8
02 · The Quasi-Riemann Hypothesis	20
03 · Uniform exclusion of Landau–Siegel zeros	28

原論文の参照版: 1581d4cbdd69a0faf34b2089614fe2a814316a6a

[カタログ003・総括](#)[Web版を読む ↗](#)

CATALOGUE 003

準リーマン予想

The quasi-Riemann hypothesis

公式カタログ003は、固定幅の無零半平面を主張する二つの原稿と、実零点の対数尺度の間隔を補間行列式で扱う一つ of 原稿を収録する。対象となる指標族、境界の強さ、証明の入力を区別して案内する。

1. 公式順の記事一覧

主結果の範囲を短くまとめています。正確な仮定と定式化は併記した原典の結果を参照してください。

[カタログ 003・2026-10-23 確認の固定参照版](#)

#

01

論文・概説

[The Quasi-Riemann Hypothesis: A Zero-Free Half-Plane \$\text{Re } s > 7/8 \rightarrow\$](#)

図中の略称: The Quasi-Riemann Hypothesis: A Zero-Free Half-Plane $\text{Re } s > 7/8$

30 September 2026 (PDF title page) · 199 ページ

[原論文 \(GitHub\) ↗](#)

主に何を主張するか

$K=\mathbb{Q}(\sqrt{-3})$ 上の全有限位数Hecke関数と全Dirichlet関数に $\text{Re } s > 7/8$ の零点なし。主指標の極を許す。最小二次非剰余のpolylog上界と決定的平方根抽出も主張。

[Theorem 1.1 · p. 4; Corollary 1.2 · p. 7 ↗](#)

議論の役割・概説

完成theta和の反射/Poisson比較。内部11/12段階の後、素数補償と二つのモーメント評価で境界を改善。

[証明概説を読む →](#)

#

02

論文・概説

The Quasi-Riemann Hypothesis →

図中の略称: The Quasi-Riemann Hypothesis (alternate 11/12 proof)

October 5, 2026 (PDF title page) · 49 ページ

原論文 (GitHub) ↗

主に何を主張するか

同じHecke/Dirichlet族に $\text{Re } s > 11/12$ の零点なし。 $q \leq x$ の等差数列素数計数に絶対的・有効な $O(x^{11/12} \log x)$ 誤差を主張。

Theorem 1.1; Corollary 1.2 · p. 2 ↗

議論の役割・概説

六次Möbius平均二乗、theta変換、cube逆変換の有限反復から11/12を得る別構成。系の外部明示公式の定数管理は未照合。

証明概説を読む →

#

03

論文・概説

Uniform exclusion of Landau–Siegel zeros →

図中の略称: Uniform exclusion of Landau–Siegel zeros

October 1, 2026 (PDF p. 1 date footnote) · 9 ページ

原論文 (GitHub) ↗

主に何を主張するか

全 $q \geq 3$ の原始非主実指標のすべての実零点 $\beta \in (0, 1)$ に、絶対 $c > 0$ で $(1 - \beta) \log q \geq c$ 。

Theorem 1 · p. 1 ↗

議論の役割・概説

実零点による素数の偏りを、体に一様な補間とFrobenius可除性で行列式ノルムの矛盾へ移す。

証明概説を読む →

2. 結果の包含と証明経路

下図の破線は、記述された結論を前提とした数学的含意を表す。論文間で実際に引用・適用された証明入力の矢印ではない。上の二稿は同じ $K = \mathbf{Q}(\sqrt{-3})$ 上の全有限位数Hecke指標と全Dirichlet指標を対象とし、虚部を制限しない。

図で参照する原稿

- [OpenAI26QR78](#) OpenAI — The Quasi-Riemann Hypothesis: A Zero-Free Half-Plane $\Re s > 7/8$. 30 September 2026 (PDF title page). Theorem 1.1の7/8半平面と内部11/12段階を比較する。
- [OpenAI26QR1112](#) OpenAI — The Quasi-Riemann Hypothesis. October 5, 2026 (PDF title page). Theorem 1.1の11/12半平面と別構成の平均二乗法を示す。
- [OpenAI26LS](#) OpenAI — Uniform exclusion of Landau–Siegel zeros. October 1, 2026 (PDF p. 1 date footnote). Theorem 1の実零点の対数間隔と行列式による別経路を示す。

1 7/8 版：同じ完成和の二つの表示

有限位数 Hecke/ $K = \mathbf{Q}(\sqrt{-3})$ 、全 Dirichlet
 $\Re s > 7/8$: $L(s) \neq 0$ 主指標の $s = 1$ の極を許す
 内部 11/12 段階から素数補償・追加モーメントで改善

結論の包含（証明入力ではない）： $7/8 < 11/12$

[\[OpenAI26QR78, Theorem 1.1, p. 4\]](#)

[\[OpenAI26QR1112, Theorem 1.1, p. 2\]](#)

2 11/12 版：Möbius 平均二乗と cube 逆変換

同じ指標族、全高さ
 $\Re s > 11/12$: $L(s) \neq 0$ 主指標の $s = 1$ の極を許す
 素数の六乗行で指数を取り出し、Mellin 変換へ

結論からの帰結（本文の入力ではない）： $c = (\log 3)/12$ を選べる

[\[OpenAI26QR1112, Theorem 1.1, p. 2\]](#)

[\[OpenAI26LS, Theorem 1, p. 1\]](#)

3 Landau–Siegel 版：実零点の対数尺度

$\exists c > 0$: $(1 - \beta) \log q \geq c$
 $q \geq 3$ 、原始非主実指標、全実零点 $0 < \beta < 1$
 本文の別経路：素数の偏り＋補間行列式のノルム比較

三つの結論の強さと独立した証明経路

図を拡大 ↗ TeXソース ↓

$7/8 < 11/12$ なので $\{\operatorname{Re} s > 7/8\} \supset \{\operatorname{Re} s > 11/12\}$ 。したがって7/8版の結論は、同じ族に対する11/12版の無零領域を含む。どちらも境界線自体を含まず、主指標の $s = 1$ の極を許す。これらの固定幅の結論を原始非主実指標の実零点へ制限すれば、例えば11/12版から $(1 - \beta) \log q \geq (\log 3)/12$ が従う。この明示値は結論を比較した編集上の帰結であり、Landau–Siegel原稿のTheorem 1が明示した定数ではない。逆に対数尺度の実零点間隔だけでは、全高さでの固定幅の複素無零半平面は得られない。

[OpenAI26QR78, Theorem 1.1, p. 4]

[OpenAI26QR1112, Theorem 1.1, p. 2]

[OpenAI26LS, Theorem 1, p. 1]

7/8版のPart Iにも内部のTheorem 3.1として11/12の結果がある。これは別に掲載された49ページの11/12版からの入力ではない。199ページ原稿は、同じ完成theta和の反射表示とPoisson表示を比較してまず内部の11/12を示し、素数補償・非対称尺度・二つのモーメント評価を加えて7/8へ進む。49ページ原稿は、Möbius和の六次捻りの平均二乗をcube逆変換の有限反復で評価し、素数の六乗行から11/12を取り出す。両者は三次thetaと二次large sieveを共有するが、正規化する和と無零領域への閉じ方が異なる。

[OpenAI26QR78, Proof overview; Theorem 3.1, pp. 5–6, 10]

[OpenAI26QR1112, §3; Proposition 5.1, pp. 11–12, 18]

Landau–Siegel原稿は、対数微分による素数の偏り、四次体での補間、Frobenius合同式を用いた行列式の可除性を組み合わせる。本文の証明に上の二稿の定理は現れず、固定幅の無零半平面を経由する構成ではない。

[OpenAI26LS, §§4–6, pp. 5–8]

3. 読む入口と確認した接続

読む目的

最も広い半平面の主張と二段階の証明

記事・原典への入口

7/8版の主定理と証明概略

関係の区別

内部の11/12段階から7/8への強化

読む目的

Möbius平均二乗から境界を取り出す仕組み

記事・原典への入口

11/12版の有限反復とMellin帰着

関係の区別

別構成の証明。7/8版の引用は結果の位置づけ

読む目的

実零点だけを対数尺度で排除する代数的経路

記事・原典への入口

Landau–Siegel版の行列式比較

関係の区別

結論は上の半平面からも従うが、本文は補間による別経路

11/12版p.2は7/8版をより強い結果として引用する。確認した主証明の帰着・終結では、三稿間に外部定理として供給される直接入力記録していない。この確認は全199ページの全引用関係の網羅調査ではない。未記録の関係を「依存なし」と読み替えない。

[OpenAI26QR1112, §1, comparison with the 7/8 manuscript, p. 2]

4. 原典と確認範囲

公式分野はNumber theory（整数論）、カタログ範囲001–031である。見出しと番号はOpenAI Research Catalogの2026年10月6日版、誌面／PDF p.2と固定リポジトリ版に従う。原稿の参照版は公式順に2026年9月30日（199ページ）、10月5日（49ページ）、10月1日（9ページ）。日付の前後から版の置換関係は推定しない。

OpenAI Research Catalog · Catalogue 003; Number theory · p. 2

7/8版のCorollary 1.2は最小二次非剰余のpolylog上界と平方根抽出、11/12版のCorollary 1.2は等差数列の素数計数を扱い、同じ番号でも内容は異なる。

各記事は証明本文の主要な帰着と直接入力を読んだ範囲を明記する。199ページ原稿の全再帰・検出器・尾部計算、49ページ原稿の全cusp変換・共通因子計算・素数計数の外部定数管理は独立検証未完了である。Landau–Siegel原稿は全証明本文の接続を読んだが、外部の標準定理の証明まで再帰検証していない。これらは著者の主張を案内する記事であり、全主張の正しさを認定するものではない。

The Quasi-Riemann Hypothesis: A Zero-Free Half-Plane $\operatorname{Re} s > 7/8$

完成した三次テータ和の二つの表示を、指標に共通の解析接続幅へつなぐ。

本原稿は、アイゼンシュタイン体上の有限位数Hecke族について、反射公式から得る直接評価とPoisson表示から得る逆数のMellin積分を比較し、零点の実部の上限を押し下げる。まず無補償の和で $11/12$ 、次に素数による補償と二つのモーメント評価を加えて $7/8$ を得る構成である。以下は原稿の主張と証明経路の概説であり、長いモーメント帰納法を含む全証明の独立検証を意味しない。

原稿の著者: OpenAI · 30 September 2026 (PDF title page) · 199 ページ (参考文献を含む)

[GitHubで原稿を読む](#) ↗

1. 主要結果

Theorem 1.1 — 有限位数Hecke族とDirichlet族の零点排除

$F = \mathbf{Q}(\sqrt{-3})$ とする。任意の非零整イデアルを法とする有限位数Hecke指標 η に対し、 $L_F(s, \eta)$ は

$$\Re s > \frac{7}{8}$$

に零点を持たない。同じ結論が、任意の正整数を法とするすべてのDirichlet指標 χ の $L(s, \chi)$ 、特に法 1 の指標に対応する $\zeta(s)$ に成り立つ。主指標の $s = 1$ における極は許す。

ここでHecke指標はray class groupの指標として、法と互いに素でないイデアルでは 0 に延長する。指標は原始的でなくてもよく、導手の上限も虚部の制限もない。Hecke側の基礎体はこの固定された F である。境界 $\Re s = 7/8$ は結論に含まれない。従って実零点についても区間 $(7/8, 1)$ は排除されるが、これは臨界線上への零点集中を主張するものではない。

Theorem 1.1 · p. 4

Corollary 1.2 — 最小二次非剰余と決定的平方根抽出

絶対定数 $A, C > 0$ が存在し、すべての奇素数 p の最小正二次非剰余 $n(p)$ について

$$n(p) \leq C(\log p)^A$$

が成り立つ。従って任意の $\delta > 0$ に対して $n(p) \ll_{\delta} p^{\delta}$ である。また、二進表示で与えられた奇素数 p と $a \in \mathbf{F}_p$ に対し、平方根を返すか平方根が存在しないと判定する、実行時間が $\log p$ の多項式で抑えられる決定的アルゴリズムが存在する。原稿の証明では $A = 32$ を選べる。

Corollary 1.2 · p. 7

図の矢印に付した引用

略号のない定理・補題・節・式番号は本原稿 [The Quasi-Riemann Hypothesis: A Zero-Free Half-Plane \$\text{Re } s > 7/8\$](#) を指します。外部入力には次の略号を使います。

- [DR24](#) Alexander Dunn and Maksym Radziwiłł — Bias in cubic Gauss sums: Patterson’s conjecture : 固定 cusp の三次テータ係数と変換公式。arXiv:2109.07463v3, 14 May 2024。
- [GL13](#) Leo Goldmakher and Benoît Louvel — A quadratic large sieve inequality over number fields : 二次 Hecke 族の大篩。arXiv:1112.1642v2, 31 May 2012。
- [TZ19](#) Jesse Thorner and Asif Zaman — A unified and improved Chebotarev density theorem : 固定 ray class の素数漸近と正規化。arXiv:1803.02823v3, 27 October 2018。
- [BIMS17](#) Vishwas Bhargava, Gábor Ivanyos, Rajat Mittal, and Nitin Saxena — Irreducibility and deterministic r -th root finding over finite fields : weak-GRH から最小非剰余への帰結。ISSAC 2017 author manuscript, 8 PDF pages; no printed pagination。
- [Gal18](#) Steven D. Galbraith — Mathematics of Public Key Cryptography : 非剰余取得後の Tonelli-Shanks。Version 2.0, 31 October 2018。

各引用に結果番号とページを付します。誌面番号とPDF内の位置が異なる場合は両方を示します。GitHubの閲覧リンクではページ位置への自動移動を前提としません。

BIMS17の著者公開稿は誌面のページ番号を持たないため、その引用のページはPDF内の位置を表す。その他のここで用いた版では、記録した箇所の誌面番号とPDF位置が一致する。

2. Theorem 1.1 の証明 — 二段階の和の比較と族全体への移行

証明対象 : Theorem 1.1 · p. 4

証明の道筋。 原始有限位数Hecke指標の全体について、 $1/2$ と $1/2 \leq \Re \rho \leq 1$ にある零点の実部の上限を β_* と置く。極はこの集合に含めない。Part Iは $\beta_* \leq 11/12$ を示し、Part IIはその上界の下で $\Delta = \beta_* - 7/8 > 0$ を仮定して矛盾を導く。両段階を終える解析接続原理は次節で説明する。最後に有限Euler因子の除去と二次体の分解公式で、非原始Hecke指標とDirichlet指標へ移る。

1 完成した添字を保つ

$$F = \mathbf{Q}(\sqrt{-3}), \quad cn^3 \text{ (c squarefree)}$$

指標は積全体に作用し、非単元での零を保つ。

反射エネルギー・加大大篩と、Poisson 行の零点検出を比較。

[Proposition 6.3 · p. 49](#) [Proposition 11.2 · pp. 83–84](#)

2 均衡した和から最初の境界へ

$$C_I(s) = s - 2/3, \quad X = Y = Z^{1/2}$$

$$|J_{I,\eta}| \ll_{\eta} Z^{1/4+\omega}, \quad |J_{I,\eta} - f_{I,\eta}| \ll_{\eta} Z^{C_I(\beta_*)-1/4800}$$

本稿内の結論： $\beta_* \leq 11/12$.

印付き反射と Gram 評価。固定 ray class の素数和で正規化。

[Equation \(12.5\) · p. 86](#)

[Proposition 15.3 · p. 107](#)

[Equation \(16.3\) · p. 108](#)

[Section 20.1 · pp. 187–188](#)

3 素数補償と非対称な尺度

$$0 < \Delta = \beta_* - 7/8 \leq 1/24, \quad \kappa = 2\beta_* - 1$$

$$X = Z^{17/48}, \quad Y = Z^{23/48}, \quad J_{II,\eta} = I_{\eta,\text{modified}} / (c_S A_T)$$

$$C_{II}(s) = s - 11/16, \quad A_T(Z) \asymp (\log Z)^{-K}$$

逆数二乗平均と plain 四乗平均で行数を抑え、損失を配分する。

[Proposition 19.2 · p. 183](#) [Proposition 20.3 · pp. 194–197](#)

4 同じ和と信号の二つの評価

$$|J_{II,\eta}| \ll_{\eta} Z^{3/16+\omega}, \quad 0 < \omega < \Delta$$

$$|J_{II,\eta} - f_{II,\eta}| \ll_{\eta} Z^{C_{II}(\beta_*)-\sigma}, \quad \sigma > 0$$

ω, σ は指標に共通。定数・高さ・下限は指標依存でよい。

共通幅で上限に矛盾。有限 Euler 因子と二次分解で移す。

[Proposition 2.1 · pp. 8–9](#) [Proposition 11.3 · pp. 84–85](#)

5 共通の逆数継続から全族へ

$$\beta_* \leq 7/8 \implies L_F(s, \eta) \neq 0, \quad L(s, \chi) \neq 0 \quad (\Re s > 7/8)$$

非原始指標を含む。全虚部で成立し、主指標の $s = 1$ の極を許す。

Theorem 1.1の二段階と族の移行

図を拡大 ↗ TeXソース ↓

1. 完成した添字を保つ反射と最初の半平面

基本のテータ和は、平方因子を持たない c と一般の n からなる添字 cn^3 を残す。両者が互いに素であるとは仮定しない。指標も cn^3 全体に作用し、局所指数が 6 の倍数でも非単元での値は 0 のままである。Proposition 5.1 は三つの固定 cusp のテータ係数からこの零延長を保った反射を導く。反射後に現れる二次指標を二次大篩で評価し、完成した行の二乗平均を制御する。

Proposition 5.1 · pp. 24–27; Equation (5.26) · p. 36

$X = Y = Z^{1/2}$ とした Part I では、反射した行のエネルギーと、相異なる既約分数からなる加法多項式の二乗平均を Cauchy–Schwarz で組み合わせる。Proposition 6.3 は $I_\eta \ll_{\eta, \epsilon} Z^{1/4+\epsilon}$ を与える。一方、Poisson 表示の非零周波数は ua^6 (u は六乗因子を持たない) に分かれる。零点検出器の逆数多項式と Lemma 9.1 の六次大篩を使って非主行を数え、主行 $u = 1$ の留数を別に抽出する。これにより $C_I(s) = s - 2/3$ に対応する正規化和と信号が

$$|J_{I, \eta}| \ll_\eta Z^{1/4+\omega}, \quad |J_{I, \eta} - f_{I, \eta}| \ll_\eta Z^{\beta_* - 2/3 - 1/4800}$$

を満たす。 $\beta_* > 11/12$ のとき $0 < \omega < \beta_* - 11/12$ を共通に選び、Proposition 2.1 から Theorem 3.1 を得る。ここで用いる Theorem 3.1 はこの 199 ページ原稿内部の結果であり、カタログ 003 の別の 49 ページ原稿を入力とする矢印ではない。

Proposition 6.3 · p. 49; Lemma 9.1 · p. 61; Proposition 11.2 · pp. 83–84; Theorem 3.1, proof · p. 85

2. 補償付き和の低い側と主行の正規化

Part II では $0 < \Delta \leq 1/24$ 、 $\kappa = 2\beta_* - 1 = 3/4 + 2\Delta \leq 5/6$ となる。幾何パラメータを

$$h = \frac{13}{16}, \quad \ell = \frac{1}{6}, \quad l_x = \frac{17}{48}, \quad l_y = \frac{23}{48}, \quad X = Z^{l_x}, \quad Y = Z^{l_y}$$

とし、互いに重ならない素数窓から素数を選ぶ。各素数 p では、 $p \mid cn^3$ という印を付けた項と尺度を変えた項との差を取る。この有限和を先に定義することが、低い側と高い側で同じ対象を比較するために必要になる。Proposition 15.3 は、印付きの反射エネルギーと加法 Gram 評価から

$I_{\eta, \text{modified}} \ll Z^{3/16+\epsilon}$ を導く。

Equation (12.5) · p. 86; Proposition 15.3 · p. 107

高い側では、式(16.3)の完全な正則補正項を使ってから積分路を動かす。個別の Euler 因子で割った式を、その因子の零点を越えて使うのではない。主行の留数に現れる素数 and は、固定した ray class の素数定理により正の主項を持つ。偶数個 K の窓を選ぶと、正規化因子 $A_T(Z) \asymp (\log Z)^{-K}$ は十分大きな Z で非零である。 $c_S > 0$ と合わせて

$$J_{II, \eta}(Z) = \frac{I_{\eta, \text{modified}}(Z)}{c_S A_T(Z)}, \quad C_{II}(s) = s - \frac{11}{16}$$

とする。 A_T^{-1} の対数的損失を任意に小さい正の冪へ吸収すると $|J_{II, \eta}| \ll_{\eta, \epsilon} Z^{3/16+\epsilon}$ 。主行はこの同じ正規化で逆数 $1/L_F^S(s, \eta)$ の Mellin 信号になる。移動する導手に一様な素数漸近を仮定していない。

Equation (16.3) · p. 108; Section 20.1 · pp. 187–188

3. 二つの証人、多項式のモーメント、指数の余裕

零点検出器は、同じ行指標・同じ捻り高さで大きくなる、Möbius係数付き逆数多項式と係数なし多項式を同時に供給する。Lemma 17.1は逆数多項式と選択素数因子の二乗平均、Lemma 18.1は二つの係数なし多項式と選択素数因子の二乗平均を担う。後者を同じ係数なし証人の二つのコピーへ適用するため、行数評価の分母はその証人の四乗となる。

ここでは逆数多項式の列長を Z^r 、行のノルム上限を Z^m 、選択した素数slotの対数長の総和を z とする。係数なし側では列長を Z^{n_1}, Z^{n_2} とし、表示された移動する指標因子の素数台の合併のノルムを Z^q 以下とした有効幅が $M = m + q$ である。相殺前の台と零延長をこの幅に数える。

逆数側の長さ条件は $r + 2z \leq m - c_1$ と $2r + 8z \leq 3m - c_2$ ($c_1, c_2 > 0$)。係数なし側の正の素数長さ z では $n_1 + n_2 + 6\kappa z \leq M$ が必要である。 $\kappa < 1$ の場合に必要な零点上界 $\beta_* \leq (1 + \kappa)/2$ は、ここでは $\kappa = 2\beta_* - 1$ の定義により等号で満たされる。 κ を早々に上界 $5/6$ に置き換えると、後の長さ配分を失う。

Lemma 17.1 · pp. 114–115; Lemma 18.1 · pp. 152–154

二つのモーメントの帰納法は別物である。逆数側は二度の有限Poisson変換で行の長さを減らし、印付き反射エネルギーへ帰着する。係数なし側は有効幅を減らし、固定有限指標群 Θ を誘導する例外行を別扱いにする。正の素数因子がある評価ではその族を除外し、素数因子なしでは主指標だけを除外する。帰納法中の例外行では、同じ二つのprofile・同じ指標とmask・同じ尺度積を持つ二つの積の差を保持して主項を消す。この相殺を、任意の非中心化された積へ適用してはいけない。物理的な大きい行は S 外で分岐するため Θ 外に入り、選択した素数因子は必要な係数条件を満たす。

Sections 17.5–17.6 · pp. 121, 142; Section 18.3 · p. 159; Section 18.8 · pp. 178–180; Section 19.2 · pp. 182–183

Proposition 19.2がこれらの評価を行数へ変え、Lemma 20.1が行数と素数振幅を高い側の指数へ変える。Lemma 20.2の端点計算と各周波数範囲の処理から、実際の端点指数 $E_{\text{actual}}(h)$ は

$$E_{\text{actual}}(h) - \Delta \leq -\frac{49}{440640} - \frac{51}{64}\Delta + \epsilon_{\text{total}}$$

を満たす。比較する基準は $C(7/8)$ でなく $C(\beta_*) = C(7/8) + \Delta$ である。従って必要なのは右辺の負性であり、すべての Δ について $E_{\text{actual}}(h) < 0$ と主張してはいない。床のbin、小さい行、大きい行、 $\delta = 5/6$ の端点はそれぞれ別の評価で覆われる。

Lemma 20.1 · pp. 189–190; Lemma 20.2 · pp. 192–193; Sections 20.3–20.5 · pp. 191–194

4. 共通の解析接続幅と Dirichlet 族への移行

Proposition 20.3では、 Δ に依存する幾何・損失・窓の mesh と個数・bin 幅・正の余裕を対象指標を固定する前に選ぶ。その後 η とその有限除外集合を固定し、有限の高さ次数 A_η 、尺度次数 B_η を確定してから $T_1 = Z^{\tau_\eta}$ と外部の尾部次数 N_η を選ぶ。Lemma 11.1が

$$|J - f| \ll_{\eta, N} Z^{C(\beta_*)-m} (1 + T_1)^{A_\eta} + Z^{B_\eta} T_1^{-N}$$

を $|J - f| \ll_\eta Z^{C(\beta_*)-m/2}$ へ変える。 $m > 0$ は指標に共通だが、 τ_η, N_η 、定数、開始尺度は指標依存でよい。 J と f 自体は T_1 に依存しない。これで Proposition 2.1 が使え、 $\beta_* \leq 7/8$ となる。

Lemma 11.1 · pp. 82–83; Proposition 20.3 · pp. 194–197

非原始指標へは、有限個の因子 $1 - \eta(\mathfrak{p})(N\mathfrak{p})^{-s}$ が $\Re s > 0$ で非零であることを使う。Dirichlet 指標 χ については $\eta(\mathfrak{a}) = \chi(N\mathfrak{a})$ を取り、 $3q$ を割る素数で Euler 因子を除くと

$$L_F^{S_F}(s, \eta) = L^{S_Q}(s, \chi) L^{S_Q}(s, \chi \chi_{-3})$$

となる。 $0 < \Re s < 1$ と $s = 1 + it$ 、 $t \neq 0$ では右辺の極による零点の相殺は起こらない。 $s = 1$ で片方が主指標なら、他方の原始指標は χ_{-3} であり、 $L(1, \chi_{-3}) = \pi/(3\sqrt{3}) > 0$ 。この別処理によって主指標の極を許したまま、Dirichlet 族・ ζ の全虚部にわたる厳密な半平面の結論が得られる。

Proposition 11.3 · pp. 84–85

3. Proposition 2.1 の証明 — Mellin 変換で逆数を延長する

証明対象：Proposition 2.1 · pp. 8–9

Proposition 2.1 — 共通の信号からの継続

$1/2 < \sigma_0 < 1$ 、 $\Delta_0 = \beta_* - \sigma_0 > 0$ 、 $C(s) = s + c$ (固定した実数 c) とする。指標に依存しない $0 < \omega < \Delta_0$ 、 $\sigma > 0$ があり、各原始有限位数 Hecke 指標 η に対して有限集合 S 、 $\Re s > \sigma_0$ 上正則で $|H_\eta - 1| \leq 1/2$ を満たす H_η 、十分大きな実数 Z 上の J_η があるとする。

$$f_\eta(Z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Re s=2} Z^{C(s)} e^{(s-5/6)^2} \frac{H_\eta(s)}{L_F^S(s, \eta)} ds$$

について $|J_\eta| \ll_\eta Z^{C(\sigma_0)+\omega}$ 、 $|J_\eta - f_\eta| \ll_\eta Z^{C(\beta_*)-\sigma}$ が成り立つなら矛盾する。定数・下限・ $S \cdot H_\eta$ は指標依存でよい。

Proposition 2.1 · pp. 8–9

証明の道筋。二つの評価から f_η の成長次数を下げ、その Mellin 変換をすべての指標に共通の半平面で収束させる。逆数との同定は、零点を横切る積分路の移動ではなく、 $\Re s = 2$ 上の Fourier 反転で行う。

1 信号への二つの評価

$$\Delta_0 = \beta_* - \sigma_0 > 0, \quad C(s) = s + c$$

$$|J_\eta| \ll_\eta Z^{C(\sigma_0)+\omega}, \quad |J_\eta - f_\eta| \ll_\eta Z^{C(\beta_*)-\sigma}$$

$$0 < \omega < \Delta_0, \quad \sigma > 0 \quad \text{は指標に共通。}$$

三角不等式と、零点のない右半面への積分路移動を使う。

[Proposition 2.1 · pp. 8–9](#)

2 両端で Mellin 積分を収束させる

$$\epsilon_* = \min\{\Delta_0 - \omega, \sigma\} > 0$$

$$f_\eta(Z) \ll_\eta Z^{C(\beta_*)-\epsilon_*} \quad (Z \rightarrow \infty), \quad f_\eta(Z) \ll_{\eta,B} Z^{B+c} \quad (Z \downarrow 0)$$

$$F_\eta(s) = \int_0^\infty f_\eta(Z) Z^{-C(s)} \frac{dZ}{Z} \quad \text{が } \Re s > \beta_* - \epsilon_* \text{ で正則。}$$

$Z = e^u$ で Fourier 反転し、一致の定理を用いる。

[Proposition 2.1 · pp. 8–9](#)

3 逆数を同定する

$$F_\eta(s) = e^{(s-5/6)^2} H_\eta(s) / L_F^S(s, \eta) \quad (\Re s > 1)$$

$$|H_\eta - 1| \leq 1/2 \implies |H_\eta| \geq 1/2$$

$$\text{従って } 1/L_F^S \text{ が } \Re s > \beta_* - \epsilon_* \text{ へ正則に延長する。}$$

有限除去因子は非零。主指標の極は逆数では零となる。

[Proposition 2.1 · pp. 8–9](#)

4 上限の定義と矛盾

共通の ϵ_* に対し、ある指標の零点は $\Re \rho > \beta_* - \epsilon_*$ 。
その逆数の極と正則延長が矛盾する。 β_* の達成は不要。

Proposition 2.1の共通解析接続幅

[図を拡大 ↗](#) [TeXソース ↓](#)

1. 両端の評価と正則なMellin変換

$\epsilon_* = \min\{\Delta_0 - \omega, \sigma\} > 0$ と置くと、三角不等式は $|f_\eta(Z)| \ll_\eta Z^{C(\beta_*)-\epsilon_*}$ を与える。 $Z \downarrow 0$ では積分路を任意の固定した $B > 2$ へ右に動かせるので $f_\eta(Z) \ll_{\eta,B} Z^{B+c}$ 。従って

$$F_\eta(s) = \int_0^\infty f_\eta(Z) Z^{-C(s)} \frac{dZ}{Z}$$

は $\Re s > \beta_* - \epsilon_*$ で局所一様に収束し正則になる。

[Proposition 2.1 · pp. 8–9](#)

2. 逆数との同定と上限への矛盾

$Z = e^u$ としたFourier反転から、まず $\Re s = 2$ 上で $F_\eta(s) = e^{(s-5/6)^2} H_\eta(s) / L_F^S(s, \eta)$ を得て、 $\Re s > 1$ へ一致を延ばす。 $|H_\eta| \geq 1/2$ なので、 $e^{-(s-5/6)^2} F_\eta / H_\eta$ が逆数の正則延長を与える。しかも ϵ_* は指標に共通である。 β_* が最大値として達成される必要はなく、その定義から実部が $\beta_* - \epsilon_*$ より大きい零点を持つ指標が存在し、逆数の極と矛盾する。元の L の主極は逆数の零点となるため、この議論の障害ではない。

Proposition 2.1 · pp. 8–9

4. Corollary 1.2 の証明 — 零点帯から非剰余探索へ

証明対象：Corollary 1.2 · p. 7

証明の道筋。 Theorem 1.1をDirichlet関数の関数等式と合わせ、非自明零点を閉帯へ入れる。その帯を少し広げた開帯でweak-GRHの入力条件を満たし、最小非剰余の対数冪評価を得る。決定的な非剰余探索が平方根アルゴリズムの乱択部分を置き換える。

1 Dirichlet 族の零点を開帯へ入れる

$$1/8 \leq \Re \rho \leq 7/8 \implies 1/16 < \Re \rho < 15/16$$

Theorem 1.1 と共役指標の関数等式。

少し広げた開帯が weak-GRH の仮定を満たす。
[\[BIMS17, Conjecture 6.3, p. 7; Theorem 6.7, p. 8\]](#)

2 最小二次非剰余の対数冪評価

$$\epsilon = 7/16, \quad \frac{4}{1-2\epsilon} = 32, \quad n(p) \ll (\log p)^{32}$$

すべての奇素数 p に共通の絶対定数。

固定対数冪の成長と最初の非剰余までの逐次探索を使う。
[Corollary 1.2 · p. 7](#)

3 任意の冪上界と決定的な探索

$$n(p) \ll_{\delta} p^{\delta} \quad (\delta > 0)$$

2, 3, ... を Legendre 記号で検査し、多項式回で非剰余を得る。

非剰余探索が唯一の乱択箇所を置き換える。
[\[Gal18, Algorithm 3 and Lemma 2.9.5, p. 59\]](#)

4 平方根を返すか不存在を判定する

$a = 0$ を処理し、Euler の規準で平方か判定する。
 非剰余を Tonelli–Shanks へ渡す。残りは決定的で $\log p$ の多項式時間。
 $p - 1 = 2^e u$ (u odd) u の素因数分解は不要。

Corollary 1.2の三つの結論への接続

図を拡大 ↗ TeXソース ↓

1. 開帯への余裕と二つの非剰余評価

原始Dirichlet指標の共役も同じ族に入るので、関数等式によって非自明零点は $1/8 \leq \Re \rho \leq 7/8$ に入る。これは $1/16 < \Re \rho < 15/16$ に含まれ、BIMS17のweak-GRHの条件を $\epsilon = 7/16$ で満たす。Theorem 6.7の指数は $4/(1 - 2\epsilon) = 32$ であり、奇素数 p 全体に対する絶対定数付きの $n(p) \ll (\log p)^{32}$ を与える。有限個の小さい p は定数へ吸収する。さらに固定した対数冪は任意の p^{δ} に対して $O_{\delta}(p^{\delta})$ なので、第二の結論を得る。

[\[BIMS17, Conjecture 6.3, p. 7; Theorem 6.7, p. 8\]](#)

2. 平方根抽出の決定性と計算量

$a = 0$ を先に処理し、 $a \neq 0$ はEulerの規準で平方か判定する。平方なら整数 $2, 3, \dots$ をLegendre記号で調べ、最初の子剰余を得るまで探索する。対数冪上界が探索回数を多項式で抑え、停止条件そのものは定数 C の値を必要としない。得られた子剰余をTonelli-Shanksに渡すと、その後の処理は決定的で多項式時間となる。 $p - 1 = 2^e u$ 、 u 奇数、という分解には 2 の因子だけを取り除けばよく、 u の素因数分解は要らない。

[Gal18, Algorithm 3 and Lemma 2.9.5, p. 59]

5. どの論文が、どの段階を担うか

供給元と結果

DR24の§5.1–5.2・Appendix A

利用箇所

Proposition 5.1、特にp.27

使用内容・必要な仮定

三つのcuspの三次テータ係数と変換則。GRHを仮定した素数漸近は使わない

確認範囲

使用する公式とcusp $1 \cdot 10 \cdot 19$ を照合。反射公式全体の独立検証は未実施

供給元と結果

GL13のDefinition 1・Theorem 1.1

利用箇所

§5.4、式(5.26)

使用内容・必要な仮定

二次Hecke族の平方因子なしの大篩。原稿は原始導手・固定ray分割・相互法則の族条件を確認する

確認範囲

入力定理とp.36の適用説明を照合。族構成の全局所計算は未再計算

供給元と結果

TZ19のTheorem 1.1

利用箇所

Lemma 13.1、§20.1

使用内容・必要な仮定

固定したアーベル拡大の恒等Frobenius類の素数漸近。導手を動かした一様誤差は不要

確認範囲

定理の例外零点項も固定体では低次となること、正の正規化因子への使用を照合

供給元と結果

BIMS17のConjecture 6.3・Theorem 6.7

利用箇所

Corollary 1.2

使用内容・必要な仮定

幅を固定したweak-GRHから最小非剰余を評価

確認範囲

開帯の条件・指数32と本稿の適用を照合

供給元と結果

Gal18のAlgorithm 3・Lemma 2.9.5

利用箇所

Corollary 1.2

使用内容・必要な仮定

非剰余探索以外のTonelli–Shanksの決定的部分

確認範囲

アルゴリズムと計算量証明の乱択箇所を照合

[DR24, Sections 5.1–5.2, pp. 17–19; Appendix A, p. 78]

[GL13, Definition 1, pp. 1–2; Theorem 1.1, p. 2]

[TZ19, Theorem 1.1, p. 2]

本稿§9の六次大節と§§17-18のモーメント評価は本稿内で証明される入力である。先行する節・再帰法との方法上の関係を、そのままカタログ内の他2本からの直接依存にはしない。読んだ主定理の帰着・終結箇所および参考文献には、その2本の利用を確認していない。全199ページを通した引用関係の網羅調査は未実施である。

6. 原典を読む入口と確認範囲

- Theorem 1.1 · p. 4 — 対象となる族、厳密な半平面、主極を確認する
- Proposition 2.1 · pp. 8-9 — 共通の指数幅から逆数の解析接続へ進む
- Proposition 6.3 · p. 49; Lemma 9.1 · p. 61; Proposition 11.2 · pp. 83-84; Theorem 3.1, proof · p. 85 — 最初の低評価・高評価と原稿内部の11/12の終結
- Equation (12.5) · p. 86; Proposition 15.3 · p. 107 — 有限の補償操作と同じ物理和の低評価
- Lemma 17.1 · pp. 114-115; Lemma 18.1 · pp. 152-154 — 二つのモーメントの長さ・指標族・一様性条件
- Lemma 20.1 · pp. 189-190; Lemma 20.2 · pp. 192-193; Sections 20.3-20.5 · pp. 191-194 — 行数から高い側の指数へ進む端点・周波数の処理
- Lemma 11.1 · pp. 82-83; Proposition 20.3 · pp. 194-197 — 指標に共通の実パラメータと指標依存の高さの選択順
- Proposition 11.3 · pp. 84-85 — 非原始指標への移行と $s=1$ の極の別処理
- Corollary 1.2 · p. 7 — 非剰余評価と決定的アルゴリズムへの全結論

編集側では、主張の仮定・範囲・極、Proposition 2.1の証明、最初の低評価と終結、補償付き低評価、主行の正規化、モーメントの記述と帰納法の入口・終結、行数から最終指数への接続、選択順、二次移行、Corollary 1.2の全結論を該当本文と照合した。上の外部入力記述と使用箇所を確認したもので、その証明全体を再帰的に検証したものではない。

未確認の核心は残る。§§17-18のすべての有限Poisson変換・局所mask・帰納段階の一様性、Proposition 5.1の全変換計算、§§8-10のすべての検出器・積分路・尾部評価を独立に再検証していない。したがって、これらの入力最終評価へ供給する一様な指数と有限高さ次数については、原稿の記述・使用条件を追った範囲に留まる。本記事は零点排除そのものを編集側で認定するものではない。

The Quasi-Riemann Hypothesis

六次指標の平均二乗、三次theta変換、cube逆変換の有限反復

本原稿は $K = \mathbf{Q}(\sqrt{-3})$ 上の有限位数Hecke L 関数について、導手と高さによらない無零半平面を主張する。証明はMöbius和を六次指標で捻った族に埋め込み、三次theta関数を経由して二次large sieveへ帰着する。以下は原稿の論証と直接入力 of 接続を整理した概説であり、全証明を独立検証した認定ではない。

原稿の著者: OpenAI · October 5, 2026 (PDF title page) · 49 ページ (参考文献を含む)

[GitHubで原稿を読む ↗](#)

1. 主要結果

Theorem 1.1 — 固定幅の無零半平面

$K = \mathbf{Q}(\sqrt{-3})$ 上の任意の有限位数Hecke指標 ν に対し、 $L_K(s, \nu)$ は

$$\operatorname{Re} s > \frac{11}{12}$$

に零点を持たない。したがって、任意のDirichlet指標 χ の $L(s, \chi)$ 、特に $\zeta(s)$ も同じ半平面に零点を持たない。虚部の制限はなく、境界線 $\operatorname{Re} s = 11/12$ は含まない。主指標の場合の $s = 1$ は極であり、ここでの無零という主張は正則性を意味しない。

[Theorem 1.1 · p. 2](#)

Corollary 1.2 — 等差数列の素数定理の一樣誤差

$\pi(x; q, a) = \#\{p \leq x : p \equiv a \pmod{q}\}$ とし、 φ をEuler関数とする。原稿はすべての $x \geq 2$ に対し

$$\sup_{\substack{1 \leq q \leq x \\ (a, q)=1}} \left| \pi(x; q, a) - \frac{1}{\varphi(q)} \int_2^x \frac{dt}{\log t} \right| \ll x^{11/12} \log x$$

を主張し、暗黙定数は絶対的かつ有効であるとしている。

図の矢印に付した引用

略号のない定理・補題・節・式番号は本原稿 [The Quasi-Riemann Hypothesis \(alternate 11/12 proof\)](#) を指します。外部入力には次の略号を使います。

- [GL13](#) Leo Goldmakher and Benoît Louvel — A quadratic large sieve inequality over number fields : 二次 Hecke 族の large sieve。Lemma 6.5 で平方因子のない行・列に適用。arXiv:1112.1642v2, 31 May 2012 (published 2013)。
- [DR24](#) Alexander Dunn and Maksym Radziwiłł — Bias in cubic Gauss sums: Patterson’s conjecture : 三次 theta 係数と cube 補完の入力。GRH を仮定する素数上の主定理は使わない。arXiv:2109.07463v3, 14 May 2024; preprint pagination。
- [D00](#) Harold Davenport; revised by Hugh L. Montgomery — Multiplicative Number Theory : Corollary 1.2 が引用する明示公式。外部本文・定数管理は未確認。Third edition, Springer, 2000; external chapter text not checked。

各引用に結果番号とページを付します。誌面番号と PDF 内の位置が異なる場合は両方を示します。GitHub の閲覧リンクではページ位置への自動移動を前提としません。

2. Theorem 1.1 の証明 — 平均二乗から Mellin 変換へ

証明対象 : [Theorem 1.1](#) · p. 2

証明の道筋。 Möbius 係数を Gauss 和に変える Poisson 変換、cube を加えた theta 和の評価、cube を除く有限反復によって平均二乗を得る。素イデアルの六乗に対応する行を取り出して指数 $11/12$ を導き、Mellin 変換で零点を排除する。 N は K の絶対ノルム、 S は $2, 3$ と ν の導手を含む固定素イデアル集合、 $\chi_n(u) = (u/n)_6$ 、 W は固定コンパクト台を持つ滑らかな重みとする。

1 六次の族を三次 Gauss 係数へ

$$A_u(D) = \sum \mu(n) \nu(n) \chi_n(u) W(Nn/D)$$

$E(\mathcal{H}, X, F)$: 共通因子を補助変数 f に保持

Poisson・係数恒等式の後、固定 ray class で theta 変換

[Lemma 4.1; Proposition 4.5 · pp. 13–18](#) [Proposition 6.2; Lemmas 6.3–6.5 · pp. 24–26](#)

[\[DR24, \(5.6\)–\(5.8\), p. 17\]](#) [\[GL13, Definition 1; Theorem 1.1, pp. 1–2\]](#)

2 cube 補完と二次 large sieve

$-1 - 2 \equiv 3 \pmod{6}$ 変換後の指標は二次

$$\sum_k |T(X; k, f)|^2 \ll D^\varepsilon \|W\|_{C^J}^2 (\mathcal{H} + \mathcal{H}^2 N f / X)$$

短い cube 因子を直接評価、長い因子は二度の Poisson 変換

[Proposition 5.2 · p. 19](#) [Proposition 5.1; Lemma 5.3; Proposition 5.4 · pp. 18–22](#)

3 cube を逆変換し、残余の行を縮める

$$\Sigma = XF, \quad \mathcal{H} \leq \Sigma D^{-\kappa}$$

$$\mathcal{H}' < D^{-2\kappa} \mathcal{H}, \quad \mathcal{H}' / \Sigma' \leq \mathcal{H} / \Sigma$$

$$E(\mathcal{H}, X, F) \ll D^\varepsilon \Sigma \|W\|_{C^J}^2$$

元の平均二乗へ戻し、約 $Y / \log Y$ 本の行を平均

[Proposition 3.1; \(3.2\)–\(3.3\) · pp. 11–12](#)

4 素イデアルの六乗行から指数を取り出す

$$\sum_{0 < Nu \leq D^{1+\vartheta}} |A_u(D)|^2 \ll D^{2+\vartheta+\varepsilon}$$

$$Y = D^{(1+\vartheta)/6}, \quad A_{p^6} = A_1 + O_W(D/Y)$$

$$A_1(D) \ll_{\nu, S, W, \varepsilon} D^{11/12+\varepsilon}$$

各指標で正則な Mellin 積分を得る。定数は ν に依存してよい

[§3, proof of Theorem 1.1 · p. 12](#)

5 零点に合わせた Mellin 重みで矛盾

$$\Re \rho > 11/12, \quad W(y) = y^{-\rho} \phi(y), \quad \phi \geq 0, \quad \phi \neq 0$$

$$L_K^S(s, \nu) M_W(s) = \widehat{W}(s)$$

$$s = \rho: \quad 0 = \widehat{W}(\rho) = \int \phi(y) dy / y > 0$$

有限 Euler 因子は非零、 $L(1, \chi_{-3}) > 0$ で極との相殺を除く

[§3, proof of Theorem 1.1 · p. 12](#)

6 すべての Dirichlet 関数へ降下

$$L_K(s, \chi \circ N) = L(s, \chi) L(s, \chi \chi_{-3})$$

$\Re s > 11/12$ に零点なし。 $s = 1$ の主指標の極を区別

平均二乗、有限反復、Mellin変換の接続

図を拡大 ↗ TeXソース ↓

1. theta変換が二次large sieveを使える族を作る

$A_u(D) = \sum_{(n,S)=1} \mu(n)\nu(n)\chi_n(u)W(Nn/D)$ を考える。行変数 u でPoisson和公式を使うと、Lemma 4.1のGauss–Jacobi恒等式が $\mu(n)\gamma_{-1}(n)$ を $a_\xi(n) = \overline{\alpha(n)}\gamma_2(n)\xi(n)$ に変える。ここで $\alpha(n) = n/|n|$ 、 ξ は固定ray class群の指標である。共通因子を抜き出す操作は補助変数 f を生むため、正確な対象は単純な二変数族ではなく

$$E(\mathcal{H}, X, F) = \frac{1}{XF} \sum_{Nf \asymp F}^* \sum_{0 < Nk \leq \mathcal{H}} \left| \sum_n^* a_\xi(n) \chi_n(k) \chi_n(f)^4 W(Nn/X) \right|^2$$

となる。星は S と互いに素なsquarefree primary元への制限を表す。Proposition 4.5はこの族の評価を元の平均二乗へ戻す。

Lemma 4.1; Proposition 4.5 · pp. 13–18

三次thetaの係数はsquarefree部分 n とcube部分 b^3 に分かれる。cubeを加えた和 $T(X; k, f)$ はthetaの変換則を使える。変換でsquarefreeな行の素因子における指標指数が $-1 - 2 \equiv 3 \pmod{6}$ となるため二次指標が現れる。Lemma 6.3でray classごとにcusp係数列を固定してから、GL13の二次Hecke族large sieveを適用する。squarefreeな行・列、固定された相互法則の補正、および原始導手の条件をLemma 6.5が確認している。重複素因子を分離した後に得る評価は

$$\sum_{0 < Nk \ll \mathcal{H}} |T(X; k, f)|^2 \ll D^\varepsilon \|W\|_{C^J}^2 \left(\mathcal{H} + \frac{\mathcal{H}^2 N f}{X} \right).$$

DR24の主定理にあるGRH仮定付き素数漸近式は使わず、theta係数と変換の構造を使う。一般の六次捻りへの変換とその一様性は本稿のProposition 6.2 · Lemma 6.3の仕事である。

Proposition 5.2 · p. 19

Proposition 6.2; Lemmas 6.3–6.5 · pp. 24–26

[GL13, Definition 1; Theorem 1.1, pp. 1–2]

[DR24, (5.6)–(5.8), p. 17]

2. cube逆変換の残余を有限回で閉じる

cube補完の $b = 1$ 項だけを捨て残すことはできない。完全乗法性を用いたMöbius逆変換で元の和を復元し、 $H_c^3 = \min\{X, X^2/\mathcal{H}^2\}$ までを完成和の評価で処理する。大きいcube因子には $L_b = X/(Nb)^3$ の短い列が残る。Proposition 5.4は二度のPoisson変換の間で非負の行和の範囲を拡張し、 $\Sigma = XF$ を目標量として、新しい族を

$$\mathcal{H}' \leq \frac{\mathcal{H}L_b}{\Sigma F}, \quad \frac{\mathcal{H}'}{\Sigma'} \leq \frac{\mathcal{H}}{\Sigma}, \quad \Sigma' = X'F' \leq L_b$$

に移す。 $\mathcal{H} \leq \Sigma D^{-\kappa}$ なら $Nb > H_c$ から $\mathcal{H}' < D^{-2\kappa}\mathcal{H}$ 。§5.5は $\mathcal{H} \leq D^{j\kappa}$ に関する有限帰納法で $E \ll D^\varepsilon \Sigma \|W\|_{C^J}^2$ を得る。支持区間は転送ごとに拡大し、必要な導関数階数は増えるが、反復回数は κ, C_0 のみに依存する。§5.6で $\kappa = \vartheta/2$ として元の族へ戻す。

Proposition 5.1; Lemma 5.3; Proposition 5.4 · pp. 18–22

§7, Lemmas 7.1–7.3 · pp. 29–34

3. 六乗の行から 11/12、零点から矛盾へ

Proposition 3.1は固定した $0 < \vartheta \leq 1/10$ について $\sum_{0 < Nu \leq D^{1+\vartheta}} |A_u(D)|^2 \ll D^{2+\vartheta+\varepsilon}$ を与える。
 $Y = D^{(1+\vartheta)/6}$ 、 $Y/2 < Np \leq Y$ の素イデアルのprimary生成元 p に対し、 $\chi_n(p^6) = 1_{p \nmid n}$ なので
 $A_{p^6}(D) = A_1(D) + O_W(D/Y)$ 。固定体 K の素イデアル定理で約 $Y/\log Y$ 本の行を得て

$$|A_1(D)|^2 \ll D^{11/6+5\vartheta/6+\varepsilon} + D^{5/3-\vartheta/3}.$$

任意の指数損失に合わせて ϑ を選べば $A_1(D) \ll_{\nu, S, W, \varepsilon} D^{11/12+\varepsilon}$ 。定数は ν に依存してよい。各指標で同じ指数が得られることが、最終的な無零半平面の導手一様性を与える。

Proposition 3.1; (3.2)–(3.3) · pp. 11–12

仮に $\operatorname{Re} \rho > 11/12$ が零点なら、 $W(y) = y^{-\rho} \phi(y)$ 、 $0 \neq \phi \geq 0$ 、 $\phi \in C_c^\infty((1, 2))$ と選ぶ。

$M_W(s) = \int_0^\infty A_1(D) D^{-s} dD/D$ はその半平面で正則であり、 $\operatorname{Re} s > 1$ で

$L_K^S(s, \nu) M_W(s) = \widehat{W}(s)$ 。有理型接続と一致の定理により零点で評価でき、

$0 = \widehat{W}(\rho) = \int \phi(y) dy/y > 0$ に矛盾する。除いた有限Euler因子は $\operatorname{Re} s > 0$ で消えない。

§3, proof of Theorem 1.1 · p. 12

4. Dirichlet関数への降下と $s = 1$

二次base changeにより、 $\operatorname{Re} s > 0$ で消えない有限Euler因子を除いて

$$L_K(s, \chi \circ N) = L(s, \chi) L(s, \chi \chi_{-3}).$$

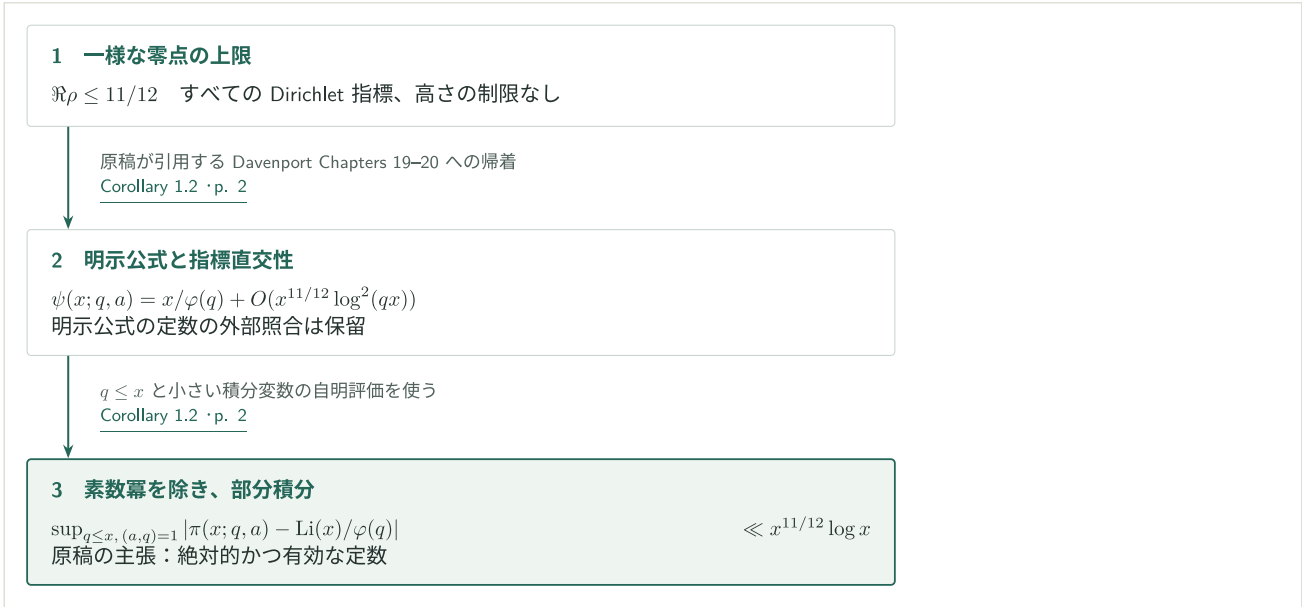
$s \neq 1$ では一方の零点を打ち消す極がない。 $s = 1$ で一方が主指標の関数となる場合、相手の原始関数は $L(s, \chi_{-3})$ であり、Dirichletの非消滅 $L(1, \chi_{-3}) > 0$ が極と零点の相殺を除く。非原始指標の追加Euler因子もこの領域では消えない。

§3, proof of Theorem 1.1 · p. 12

3. Corollary 1.2 の証明 — 明示公式への接続

証明対象：Corollary 1.2 · p. 2

原稿はこの系をDavenport第3版のChapters 19–20の明示公式による帰結として掲げ、独立の証明節を設けていない。次図はその帰着を示す。外部明示公式の版・定数を逐一照合する作業は保留である。



零点の境界から等差数列の素数計数へ

図を拡大 ↗ TeXソース ↓

1. 指標和、素数冪、部分積分

Theorem 1.1の境界を切断明示公式へ入れると、各指標の $\psi(x, \chi) = \sum_{n \leq x} \Lambda(n) \chi(n)$ に対して目標となる誤差は $O(x^{11/12} \log^2(qx))$ である。指標直交性で $\psi(x; q, a)$ に戻すと、 $\varphi(q)$ 個の和と正規化 $1/\varphi(q)$ が対応する。素数冪を除き、部分積分で π に移すと対数一つ分を減らす。 $q \leq x$ と小さい積分変数の範囲の自明評価を組み合わせるのが、表示した一様誤差への最後の段階である。原稿の「絶対的かつ有効」という主張は、ここで使う明示公式・零点計数の定数管理を含む。今回、その外部入力を再検証済みとはしない。

Corollary 1.2 · p. 2

4. どの論文が、どの段階を担うか

供給元と結果

GL13, Definition 1 · Theorem 1.1

利用箇所

Lemma 6.5、Lemma 6.6

使用内容・必要な仮定

原始二次Hecke族、squarefree行・列、固定ray classで $M + N$ 型評価

確認範囲

外部記述と適用条件を照合。外部証明は未検証

供給元と結果

DR24, (5.6)–(5.8)

利用箇所

§6.1、Appendix A.2

使用内容・必要な仮定

三次thetaの係数、squarefree×cubeという支持

確認範囲

係数記述を照合。全cusp計算と一様性の独立再計算は保留

供給元と結果

DR24, Lemma 5.4

利用箇所

cube補完・逆変換の比較

使用内容・必要な仮定

原始三次指標の場合の係数恒等式

確認範囲

記述を照合。本稿の一般捻りをこの補題だけから導いたとはしない

供給元と結果

Davenport, 第3版 Chapters 19–20

利用箇所

Corollary 1.2

使用内容・必要な仮定

Dirichlet明示公式による素数計数と定数管理

確認範囲

本稿の引用箇所を確認。外部本文・ページ対応は未確認

[GL13, Definition 1; Theorem 1.1, pp. 1–2]

[DR24, Lemma 5.4, p. 28]

7/8版は本稿のp.2でより強い結果として引用されるが、本稿のProposition 3.1を供給する直接入力ではない。11/12の証明は本稿の§§3–7で閉じる構成になっている。

5. 原典を読む入口と確認範囲

- Proposition 3.1; (3.2)–(3.3) · pp. 11–12 — 平均二乗から11/12を取り出す。
- Proposition 5.1; Lemma 5.3; Proposition 5.4 · pp. 18–22 — cube逆変換の剰余を閉じる有限反復。
- Proposition 6.2; Lemmas 6.3–6.5 · pp. 24–26 — 六次指標が二次指標になる変換と一様性。
- §7, Lemmas 7.1–7.3 · pp. 29–34 — 二度のPoisson変換によるパラメータ縮小。
- Corollary 1.2 · p. 2 — 原稿が主張する等差数列の素数定理と引用範囲。

§3の指数抽出・Mellin矛盾、§§4–5の正確な族・cube逆変換・転送条件・有限帰納法、§6の二次large sieve適用と§7の転送の主要箇所を読んだ。GL13の族の条件と定理、DR24のtheta係数・cube恒等式を外部原典と照合した。Appendix A.2の全変換計算、Lemma 6.3の全一様性証明、§7の全共通因子項、Corollary 1.2の外部明示公式の定数管理は独立検証していない。主張全体の正しさ、査読完了、全導手での数値検証を意味しない。

Uniform exclusion of Landau–Siegel zeros

実零点が強いる素数の偏りを、補間行列式の可除性と大きさの矛盾へ移す

原稿は、実指標の零点が 1 に近すぎれば $\chi(p) = -1$ の素数が十分な対数質量を持つことを使う。四次体の共役を評価点とする非零行列式を作り、その素数での可除性と複素絶対値の上界を比較する。補間に必要な定数を体に依存させないことと、行の次数を一つの共役へ偏らせることが核心となる。

原稿の著者: OpenAI · October 1, 2026 (PDF p. 1 date footnote) · 9 ページ (参考文献を含む)

[GitHubで原稿を読む ↗](#)

1. 主要結果

Theorem 1 — 対数尺度での一様な零点間隔

ある絶対定数 $c > 0$ が存在し、すべての導手 $q \geq 3$ の原始非主実Dirichlet指標 χ と、 $L(s, \chi)$ のすべての実零点 $\beta \in (0, 1)$ に対して

$$(1 - \beta) \log q \geq c$$

が成り立つ、と原稿は主張する。これは導手に応じた幅 $c/\log q$ の実区間から零点を排除する命題であり、固定幅の複素無零半平面を主張するものではない。定理は c の数値や有効性を明記していない。

Theorem 1 · p. 1

図の矢印に付した引用

略号のない定理・補題・節・式番号は本原稿 [Uniform exclusion of Landau–Siegel zeros](#) を指します。外部入力には次の略号を使います。

- D80 Harold Davenport; revised by Hugh L. Montgomery — [Multiplicative Number Theory](#) : 原始指標の対数微分を零点和で評価し、Lemma 2で実零点の項を残す。Second edition, Springer, 1980; publisher preview of §14, printed pp.88–89.

各引用に結果番号とページを付します。誌面番号とPDF内の位置が異なる場合は両方を示します。GitHubの閲覧リンクではページ位置への自動移動を前提としません。

2. Theorem 1 の証明 — 重み付き行選択とノルムの矛盾

証明対象 : [Theorem 1](#) · p. 1

証明の道筋。 $\delta = (1 - \beta) \log q \rightarrow 0$ の反例列を仮定する。対数微分から得る素数和の下界と、独立に構成する行列式を接続する。Frobenius合同式に適した重みで行を選び、ノルムの下界の主係数 1 と上界の主係数 $3/4$ を比較する。補間の一様性は次節で示すLemma 3が供給する。

1 零点の反例列を素数の偏りへ

$$\ell = \log q, \quad \delta = (1 - \beta)\ell \longrightarrow 0$$

$$\sum_{\substack{H < p \leq U \\ p \nmid 2q, \chi(p) = -1}} \frac{\log p}{p} \geq \log U - C\ell - C\delta(\log U)^2/\ell - C_H$$

素数と独立に補間を準備し、後で二つを合流させる

Lemma 2; (2.3)–(2.4) · pp. 2–3 [D80, §14, (2), 誌面 p. 89 / PDF p. 2]

Lemma 3 · p. 3 §4; Lemma 6 · pp. 5–6

2 共役の行を重み順に選ぶ

$$\theta_n = n_1 + n_2\sqrt{d} + n_3\sqrt{2} + n_4\sqrt{2d}$$

$$\Delta = \det(\theta_n^{\alpha_1} \sigma(\theta_n)^{\alpha_2} \sigma\tau(\theta_n)^{\alpha_3}) \neq 0$$

$$1 \leq H \leq N, \quad M = N^4 = U^3, \quad S_2/S_1 \ll H^{-1}$$

H 固定、 N は H に対し十分大

$p > H$ なら補正行は先行行の張る空間に入り、行列式は不変

Lemma 7; (5.2)–(5.6) · p. 7

3 Frobenius 合同式が可除性を与える

$$\theta^p \equiv g_p(\theta) \pmod{pR}, \quad g_p \in \{\sigma, \sigma\tau\}$$

$$w(\alpha - pme_1 + me_j) = w(\alpha) - m(p - H)$$

$$\Delta \in p^{E_p}R, \quad E_p = \sum_{\alpha} \lfloor \alpha_1/p \rfloor$$

素数の対数質量を合算し、複素埋込みで Hadamard 上界を得る

(5.1), (5.7) · pp. 7–8

4 非零整数ノルムの上下界を比較

$$\frac{1}{4} \log |N\Delta| \geq S_1 \log U - \text{誤差}$$

$$\frac{1}{4} \log |N\Delta| \leq (S_1 + S_2) \left(\frac{3}{4} \log U + \frac{1}{2} \ell + \log 8 \right) + \frac{M}{2} \log M$$

$L(1, \chi) \neq 0$ で $q \rightarrow \infty$ とし、固定例外 $d = 2$ を除く

§6; (6.1)–(6.2) · p. 8

5 固定する順序が絶対的な下限を与える

$$H \gg 1 \longrightarrow N = \lceil q^\gamma \rceil, \quad \gamma \gg 1 \longrightarrow q \rightarrow \infty$$

$$1 \leq 13/16 + 1/16 = 7/8 \quad \text{矛盾}$$

$$\exists c > 0: (1 - \beta) \log q \geq c$$

素数の偏りと重み付き行列式による矛盾

図を拡大 ↗ TeXソース ↓

1. 反例列と負の指標値を持つ素数

$\ell = \log q$, $\delta = (1 - \beta)\ell$ とおく。原始性の下で Hadamard 積と関数等式から得る零点和では、実 $s > 1$ に対し各 $\text{Re}(s - \rho)^{-1}$ が非負である。 β の項だけを残し、 $-\zeta'/\zeta(s) = 1/(s - 1) + O(1)$ を加えると

$$-\frac{\zeta'}{\zeta}(s) - \frac{L'}{L}(s, \chi) \leq C\ell + \frac{1}{s-1} - \frac{1}{s-\beta}.$$

$s = 1 + 1/\log X$ として非負のEuler係数 $\Lambda(n)(1 + \chi(n))$ と比較し、Lemma 2は

$\sum_{p \leq X, \chi(p)=1} \log p/p \ll \ell + \delta(\log X)^2/\ell$ を得る。Mertens評価を合わせると、固定 $H \geq 2$ に対し

$$\sum_{\substack{H < p \leq X \\ p \nmid 2q, \chi(p)=-1}} \frac{\log p}{p} \geq \log X - C\ell - C \frac{\delta(\log X)^2}{\ell} - C_H.$$

解析的入力零点和評価はD80の§14, (2)と照合した。本稿のLemma 2はこの入力から必要な素数和を自ら導いている。

Lemma 2; (2.3)–(2.4) · pp. 2–3

[D80, §14, (2), 誌面 p. 89 / PDF p. 2]

2. 体に一様な補間から非零行列式を選ぶ

χ に対応する基本判別式を D 、 $\mathbf{Q}(\sqrt{D}) = \mathbf{Q}(\sqrt{d})$ 、 d をsquarefreeとする。 $d \neq 2$ の場合、 $a = \sqrt{d}$ 、 $b = \sqrt{2}$ 、 $K = \mathbf{Q}(a, b)$ 、 $R = \mathbf{Z}[a, b]$ と置く。 σ は a の符号、 τ は b の符号を変える。 $E_N = \{0, \dots, N-1\}^4$ の n に対し $\theta_n = n_1 + n_2a + n_3b + n_4ab$ とする。写像

$$An = (\theta_n, \sigma(\theta_n), \sigma\tau(\theta_n))$$

の核は $\mathbf{C}(ab, b, -a, -1)$ で、その座標は $\mathbf{Q}$ 上一次独立である。

整数 $1 \leq H \leq N$ とする。Lemma 3とCorollary 4は、 $U = N^{4/3}$ 、 $M = N^4 = U^3$ に対し、各次数上限 $32H^{2/3}U$ 、 $32H^{-1/3}U$ 、 $32H^{-1/3}U$ の単項式評価行が全列空間を張ることを与える。全単項式行を $w(\alpha) = \alpha_1 + H\alpha_2 + H\alpha_3$ の昇順に走査し、独立性を増す行だけを残す。こうして $\Delta \in R \setminus \{0\}$ を作る。残した指数に対する $S_1 = \sum \alpha_1$ 、 $S_2 = \sum (\alpha_2 + \alpha_3)$ は、 H を固定し N を H のみに依存して十分大きくすると、Lemma 6により

$$S_1 \geq c_0 M H^{2/3} U, \quad S_2 \leq C_0 M H^{-1/3} U,$$

したがって $S_2/S_1 \ll H^{-1}$ 。補間の補助多項式の係数は Δ に入らないため、その体依存の大きさを評価する必要はない。

§4; Lemma 6 · pp. 5–6

3. 重みを下げる行操作が素数冪を取り出す

$p > H$ 、 $p \nmid 2q$ 、 $\chi(p) = -1$ なら R/pR で $\theta^p = g_p(\theta)$ 、 $g_p \in \{\sigma, \sigma\tau\}$ 。 $\alpha_1 = pk + r$ として、第1因子を $\theta_n^r(\theta_n^p - g_p(\theta_n))^k$ に置き換える。展開の補正行の重みは $m(p-H) > 0$ だけ小さい。そのため greedyに選んだ前の行の K 線形結合で補正でき、行列式は変わらない。他方、新しい行の成分自体が $p^k R$ に入るので

$$\Delta \in p^{E_p} R, \quad E_p = \sum_{\alpha \in P} \left\lfloor \frac{\alpha_1}{p} \right\rfloor.$$

行操作行列の係数が整数である必要はない。可除性は置換後の行の成分から得る。非零整数 $N_{K/\mathbf{Q}}(\Delta)$ に対して異なる素数の寄与を合算し、Lemma 2とChebyshev評価を使えば

$$\frac{1}{4} \log |N\Delta| \geq S_1 \left(\log U - C\ell - C \frac{\delta(\log U)^2}{\ell} - C_H \right) - CMU.$$

一方、すべての複素埋込みで $|\nu(\theta_n)| \leq 8N\sqrt{q}$ なのでHadamard不等式は

$$\frac{1}{4} \log |N\Delta| \leq \frac{M}{2} \log M + (S_1 + S_2) \left(\log N + \frac{1}{2} \ell + \log 8 \right)$$

を与える。ここで $\log N = \frac{3}{4} \log U$ が厳密な余裕となる。

Lemma 7; (5.2)–(5.6) · p. 7

(5.1), (5.7) · pp. 7–8

4. H 、 γ 、反例列の順で選ぶ

定理の否定から $\delta \rightarrow 0$ の列を取る。導手有界なら指標は有限個で、各 $L(1, \chi) \neq 0$ と解析性により零点は 1 に集積できない。よって部分列で $q \rightarrow \infty$ とでき、固定された例外体 $\mathbf{Q}(\sqrt{2})$ も消える。

まず H を絶対的に大きく固定して $S_2/S_1 \leq 1/12$ とする。次に $N = \lceil q^\gamma \rceil$ とし、固定した γ を大きくして $\ell/\log U$ の項を抑える。その後で $q \rightarrow \infty$ とする。 $\delta \log U/\ell \rightarrow 0$ 、 $C_H/\log U \rightarrow 0$ であり、Lemma 6により $MU/(S_1 \log U)$ と $M \log M/(S_1 \log U)$ も消える。原稿の(6.2)は極限で $1 \leq 13/16 + 1/16 = 7/8$ となって矛盾する。この順序により、 q ごとに選ぶ定数ではなく絶対的な正の下限の存在を得る。

§6; (6.1)–(6.2) · p. 8

3. Lemma 3 の証明 — 射影された整数箱の一様補間

証明対象：Lemma 3 · p. 3

Lemma 3 — 座標別次数による評価写像の全射性

$A : \mathbf{C}^4 \rightarrow \mathbf{C}^3$ を全射線形写像、 $\ker A = \mathbf{C}c$ とし、 c の4座標が $\mathbf{Q}$ 上一次独立であるとする。
整数 $N \geq 1$ と t_1, t_2, t_3 が

$$t_j \geq 3(N-1), \quad \prod_{j=1}^3 (t_j - 3(N-1) + 1) > (4N-3)^4$$

を満たすとき、 $\deg_{z_j} B \leq t_j$ を満たす多項式の評価写像 $B \mapsto (B(An))_{n \in E_N}$ は $\mathbf{C}^{E_N}$ へ全射である。

Lemma 3 · p. 3

1 全射でない評価写像から関係を取る

$$\sum_{n \in E_N} v_n B(An) = 0, \quad v \neq 0$$

$$S_0 = \{n \in E_N : v_n \neq 0\}, \quad P = \text{conv } S_0$$

次数の積が格子点数を超える。 m は $4P$ に最も近い非消滅点
[Lemma 3 · p. 3](#) [§3, proof of Lemma 3; Corollary 4 · pp. 3-5](#)

2 次元計数と最近点で支持面を選ぶ

$$R(A(4P \cap \mathbf{Z}^4)) = 0, \quad R \neq 0$$

$$R(Am) \neq 0, \quad y \in 4P, \quad h = m - y$$

$$u \in G, \quad y - u \in 3P$$

距離の厳密減少と、核の有理一次独立性による Lagrange 補間
[§3, proof of Lemma 3; Corollary 4 · pp. 3-5](#)

3 面の外を消し、面では一頂点を残す

$$n \in S_0 \setminus G : R(A(m + n - u)) = 0$$

$$A|_{\mathcal{H}} : \mathcal{H} \xrightarrow{\sim} \mathbf{C}^3, \quad Q(An) = 1_{n=u} \quad (n \in S_0 \cap G)$$

Q の総次数 $\leq 3(N-1)$ を各座標の予備次数へ収める
[§3, proof of Lemma 3; Corollary 4 · pp. 3-5](#)

4 許された次数で矛盾する

$$B(z) = Q(z)R(z + A(m - u)), \quad \deg_{z_j} B \leq t_j$$

$$0 = v_u R(Am) \neq 0$$

次数条件は写像 A の係数の大きさによらない

次元計数、最近点、支持面上の補間

[図を拡大 ↗](#) [TeXソース ↓](#)

1. 評価関係を支持面へ押し込む

全射でないと仮定し、非零係数 v_n で $\sum v_n B(An) = 0$ という関係を取る。

$S_0 = \{n \in E_N : v_n \neq 0\}$ 、 $P = \text{conv } S_0$ と置く。次数の積の条件から、 $R(Am) = 0$

($m \in 4P \cap \mathbf{Z}^4$) を満たす非零多項式 R を、各次数 $t_j - 3(N-1)$ 以下で選べる。 $R(Am) \neq 0$ となる整数点のうち $4P$ に最も近い m を選び、最近点を y 、 $h = m - y$ とする。支持面 G 上の頂点 u を $y - u \in 3P$ となるように選ぶ。 $n \in S_0 \setminus G$ では $m + n - u$ が $4P$ に厳密に近くなるため、最小性から $R(A(m + n - u)) = 0$ 。

2. 残った面で一頂点だけを選ぶ

整数頂点からなる G は有理アフィン超平面 $\mathcal{H}$ に含まれる。核の座標の有理一次独立性により $A|_{\mathcal{H}}$ は $\mathbf{C}^3$ へのアフィン同型である。逆写像の3座標にLagrange補間を施し、 $S_0 \cap G$ 上で u だけを選ぶ総次数 $3(N-1)$ 以下の Q を作る。 $B(z) = Q(z)R(z + A(m-u))$ は許された座標別次数を保ち、元の関係は $0 = v_u R(Am) \neq 0$ へ矛盾する。写像 A の係数の大きさは次数条件に入らず、主証明で H を大きくした長方形の次数領域を使える。

§3, proof of Lemma 3; Corollary 4 · pp. 3–5

4. どの論文が、どの段階を担うか

供給元と結果

D80, §14, (2)

利用箇所

Lemma 2, (2.3)–(2.4)

使用内容・必要な仮定

原始非主指標、実 $s > 1$ 。零点和の非負性により実零点を一つ残す

確認範囲

出版社previewの誌面p.89／PDF p.2と本稿p.3を照合

供給元と結果

本稿Lemma 3 · Corollary 4

利用箇所

§4の行選択

使用内容・必要な仮定

核の4座標の有理一次独立、体に依存しない座標別次数

確認範囲

本文pp.3–6の証明と適用を読解

供給元と結果

本稿Lemma 7

利用箇所

(5.6)–(5.7)

使用内容・必要な仮定

$p > H$ の重み減少と置換行の成分の可除性

確認範囲

本文pp.7–8を読解

[D80, §14, (2), 誌面 p. 89 / PDF p. 2]

Bost、Fischler、Laurent、Philipponの文献は原稿が位置づけを説明するために引用する。主証明がそれらの一般定理を適用しているわけではなく、本稿は必要な代数的補間と可除性を証明する。7/8版・11/12版からの定理入力も本文には現れない。

5. 原典を読む入口と確認範囲

- Lemma 2; (2.3)–(2.4) · pp. 2–3 — 零点の仮定を素数和の下界へ変換する。
- §3, proof of Lemma 3; Corollary 4 · pp. 3–5 — 写像や体に依存しない補間の次数条件。
- §4; Lemma 6 · pp. 5–6 — 重み付き選択と次数の偏り。
- Lemma 7; (5.2)–(5.6) · p. 7 — 行列式を保ったまま素数冪を取り出す。
- §6; (6.1)–(6.2) · p. 8 — 絶対定数と例外体を扱う極限の順序。

本稿の全証明本文pp.2–8を読み、主定理の量化、Lemma 3の仮定、重み付き行の選択、Frobenius合同式、ノルムの上下界、定数の選択順序を照合した。直接解析入力はD80の§14 p.89の記述と利用を確認した。D80のHadamard積の証明全体、標準的なMertens・Chebyshev評価および $L(1, \chi) \neq 0$ の外部証明は再帰的に検証していない。すべての補助計算の独立再計算や主張全体の正しさの認定は行っていない。