

CR 多様体の勉強会

日時: 2026 年 9 月 12 日 (土) 午後 – 13 日 (日)

場所: 大阪公立大学 理学部 E 棟大講究室 E408 教室

ホームページ: https://masataka123.github.io/CR_manifold_2026/

プログラム

2026 年 9 月 12 日 (土)

13:30-15:00 平地 健吾 (東京大学)

CR 多様体入門 I

15:30-17:00 松本 佳彦 (大阪大学)

CR 構造と正規 Cartan 接続

2026 年 9 月 13 日 (日)

10:00-11:30 平地 健吾 (東京大学)

CR 多様体入門 II

13:00-14:00 松本 周也 (東京大学)

Burns–Epstein 不変量とその一般化

14:30-15:30 竹内 有哉 (筑波大学)

Heisenberg 解析への誘い

16:00-17:00 丸亀 泰二 (電気通信大学)

ツイスター CR 多様体について

世話人

- 岩井 雅崇 (大阪大学)
- 日下部 佑太 (九州大学)
- 鈴木 良明 (大阪大学)
- 松本 周也 (東京大学)
- 村上 怜 (大阪公立大学)

アブストラクト

講義 (90 分 × 2 コマ、12 日午後・13 日午前)

平地 健吾 (東京大学)

CR 多様体入門

本講義では、強擬凸 CR 多様体の幾何を、複素領域の境界としての立場から導入し、ベルグマン核の境界漸近展開、局所 CR 不変量、CR 版 Q 曲率および繰り込み体積へと展開する。第一回では古典的・具体的な理論とベルグマン核の境界挙動を中心に扱い、第二回ではアンビエント計量と放物型不変式論に基づく現代的な CR 不変量論を紹介する。

2026 年 9 月 12 日 (土) 13:30-15:00

CR 多様体入門 I

強擬凸領域の境界としての CR 多様体を導入する。球のベルグマン核・ベルグマン計量、自己同型群 $SU(n+1, 1)$ 、等方部分群 P 、 $CU(n)$ とハイゼンベルグ群を具体的に説明する。実楕円体を例に、高次元ではリーマンの写像定理が成り立たないことを見る。さらに、Fefferman の拡張定理、局所双正則同値問題、Chern–Moser 標準形、Tanaka–Webster 接続と曲率、pseudo-Einstein 接触形式を扱う。球面近似と複素 Monge–Ampère 方程式を用いてベルグマン核の境界挙動を調べ、球からの最初のずれを表す CR 不変量を紹介する。

キーワード： 強擬凸 CR 多様体、球面 CR 構造、ベルグマン核、ベルグマン計量、 $SU(n+1, 1)$ 、ハイゼンベルグ群、Fefferman 拡張定理、Chern–Moser 標準形、Tanaka–Webster 接続、pseudo-Einstein 構造、複素 Monge–Ampère 方程式。

2026 年 9 月 13 日 (日) 10:00-11:30

CR 多様体入門 II

ベルグマン核の漸近展開と Fefferman の放物型不変式論を紹介する。アンビエント計量を用いた局所 CR 不変量・共形不変量の構成を説明し、CR 幾何と共形幾何の対応を強調する。さらに、Szegő 核、CR Q -曲率、CR・共形 GJMS 作用素、 Q' -曲率、繰り込み体積を扱い、Hirachi–Marugame–Matsumoto (2017) の結果を解説する。

キーワード： ベルグマン核の漸近展開、放物型不変式論、アンビエント計量、局所 CR 不変量、Szegő 核、 Q 曲率、GJMS 作用素、 Q -prime 曲率、繰り込み体積、CR 幾何と共形幾何。

2026 年 9 月 12 日 (土) 15:30-17:00

松本 佳彦 (大阪大学)

CR 構造と正規 Cartan 接続

CR 構造（ここでは強擬凸 CR 構造のこと）の幾何は Cartan 接続の理論に原理的には帰着されます。帰着させる作業のことを「正規 Cartan 接続の構成」といいます。この講演では、CR 構造に対する正規 Cartan 接続の構成（E. Cartan、田中昇、Chern–Moser による仕事）を、局所双正則幾何の観点なるべく活かして説明したいと思います。チェインや BGG 作用素といった応用や、Fefferman のアンビエント構成法などの話題との関係にも簡潔に触れる予定です。

2026 年 9 月 13 日 (日) 午後 (13:00-17:00)

松本 周也 (東京大学)

Burns–Epstein 不変量とその一般化

Burns–Epstein 不変量は、3 次元強擬凸 CR 多様体に対して定義される大域 CR 不変量であり、CR Cartan 接続の Chern–Simons 形式を用いて記述できる。本講演では、まずこの構成において Cartan 束の切断の選択が不変量に影響しない仕組みを説明する。さらに、renormalized connection と特性類の局所化、および Cheeger–Simons 微分指標を用いた高次元への一般化を紹介し、これらの構成の関係について述べる。時間が許せば、レンズ空間に対する計算例も紹介する。

竹内 有哉 (筑波大学)

Heisenberg 解析への誘い

Riemann 多様体上の偏微分作用素は、Laplacian に代表されるように楕円型の場合が多く、その解析的枠組みはよく整備されている。一方、CR 幾何に現れる偏微分作用素は一般に楕円型ではなく、通常の擬微分作用素の理論を適用することは難しい。この困難を克服するために発展した理論の一つが Heisenberg 解析である。Heisenberg 解析は、Heisenberg 群の非可換な幾何を反映した擬微分作用素の理論であり、CR 幾何や劣楕円型作用素の解析において中心的な役割を果たしている。本講演ではまず、Heisenberg 群上の代表的な偏微分作用素とその基本解について説明する。次に、これらを表現論の立場から捉え直すことで Heisenberg 解析の背後にある考え方を紹介し、最後にいくつかの応用について述べる。

丸亀 泰二 (電気通信大学)
ツイスター CR 多様体について

Penrose のツイスター理論は、4 次元自己双対共形多様体に 3 次元複素多様体 (ツイスター空間) を対応させる理論であるが、LeBrun はその 3 次元版として、任意の 3 次元共形多様体 $(\Sigma, [g])$ に対して、ツイスター CR 多様体と呼ばれる 5 次元 Lorentz CR 多様体が定まることを示した。この講演では、ツイスター CR 多様体の定義を説明し、ツイスター CR 多様体が 3 次元複素多様体に CR 埋め込み可能であるのは $(\Sigma, [g])$ が実解析的な共形多様体と共形同値な場合に限るという、LeBrun の「埋め込み不可能性定理」の証明の概略を紹介する。

その他の情報

お知らせ

この集会は、同じく大阪公立大学で開催される研究集会“複素幾何学への多角的アプローチ” (9 月 14 日–17 日) に先立ち、その二日前の 9 月 12 日・13 日に開催します。この研究集会と合わせてご出席いただければと思います。なお研究集会“複素幾何学への多角的アプローチ”のホームページは以下の通りです。

https://tkoike.com/multi_appr_cpx_geom/

アクセス

アクセスに関してはこちらをご覧ください。

<https://www.omu.ac.jp/orp/ocami/about/directions/>

補足すると大阪公立大学 杉本キャンパスの最寄駅は JR 阪和線 杉本町駅 (東口) で、理学部 E 棟は上のホームページにある杉本キャンパスマップの 12 番の南側です。

補助

この集会は以下の科学研究費補助金の補助により開催されます。

- 若手研究「オービフォールド構造に注目した非負曲率の研究および代数多様体の分類理論への応用」(代表：岩井 雅崇 (大阪大学) 課題番号 22K13907)