中間試験の情報

2026 年度春夏学期 大阪大学 全学共通教育科目 線形代数学・同演義 I (理（数）)

期末試験の情報は次のとおりです.

- 日時: 2026 年 6 月 4 日 木曜 2 限 (10:30-12:00) 10:25 までには着席してください.
- 場所: 共 C206 (授業の部屋)
- 持ち込みに関して: 無し (ただしあまりにも暑い場合, 飲み物等の持ち込み可)
- 試験内容: 第 1 回 ～ 第 5 回授業の内容

以下は注意事項です.

- 解答に関して, 答えのみならず, 答えを導出する過程をきちんと記してください. きちんと記していない場合は大幅に減点する場合がある.
- レポート問題の何問かを数値や表現など少し変えて出す予定です.
- 途中退出は 11:00-11:45 までとします. 試験が早く解けたものや諦めたものはこの時間に試験を提出し, その後退出してください.

演習問題及び授業の資料・板書内容は CLE や授業ページ (https://masataka123.github.io/2026_summer_linear_algebra/) にもあります.

試験の欠席対応について

正当な理由での欠席と認められれば別途対応をいたします. ここで正当な理由とはインフルエンザなどの病気または忌引き等です. その場合は岩井に連絡し, 教務課に授業・試験欠席届 (下記 URL 参照) を提出してください.

https://www.celas.osaka-u.ac.jp/education/absence/

中間レポート 1 問題

提出締め切り 2026 年 6 月 4 日 (木) 23 時 59 分 59 秒 (日本標準時刻)

- 2026 年 6 月 4 日 (木) 23 時 59 分 59 秒までに CLE にて提出してください.
- レポート問題に関しては提出すれば点数を与えるつもりなので, 必ず提出してください. なおレポートは中間と期末の練習も兼ねています.
- レポート問題は全て演習で取り扱ったため, 演習での解答を再利用して良い. 例えば, 演習でといたノートの画像を写真で撮り, それを組み合わせて pdf ファイルを作って提出しても良い. その場合多少字が汚くても良い.
- 解答に関しては答えのみならず, 答えを導出する過程をきちんと記すこと.
- レポート問題に関しては, 演習で取り扱ったため, CLE や教科書に解答が全てあります.

問題 1. (第 2 回演習追加問題 1) 「x 軸に関しての鏡映 (折り返し) を行い, $\frac{3}{4}\pi$(=135 度) 反時計回りに回転する」1 次変換求めよ.

問題 2. (第 2 回演習追加問題 2) 「x 軸に関しての鏡映 (折り返し) を行い, $\frac{3}{4}\pi$(=135 度) 反時計回りに回転し, さらに x 軸に関しての鏡映 (反転) を行う」1 次変換を求めよ . またその変換は θ 反時計回りの変換に等しいが, その θ を求めよ. ただし $0 \leq \theta < 2\pi$ とする.

問題 3. (第 2 回演習追加問題 5) $\mathbb{F}_7 = \{0, 1, 2, \ldots, 6\}$ として, 加法 $+$ と乗法 $\bullet$ を次で定義する.

- $a, b \in \mathbb{F}_7$ について $a + b :=$ (a たす b を 7 で割ったあまり).
- $a, b \in \mathbb{F}_7$ について $a \bullet b :=$ (a かける b を 7 で割ったあまり).

(これによって $\mathbb{F}_7$ は体となる) $a = 1, 2, \ldots, 6$ について $\mathbb{F}_7$ での $-a, a^{-1}$ をそれぞれ求めよ.

問題 4. (第 3 回演習 教科書 2.1.2)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

とする.

(1) AB, BA, BC, CB, CA, AC の 6 個のうち, 行列の積として定まらないものをすべてあげよ.

(2) AB, BA, BC, CB, CA, AC の 6 個のうち, 行列の積として定まるものすべてに対して積を計算せよ.

問題 5. (第 3 回演習 教科書 2.1.11) n 次正方行列 $A = [a_{ij}]$ に対して, 対角成分の和 $a_{11}+a_{22}+\cdots+a_{nn}$ を A のトレースとよび, $\mathrm{tr}(A)$ で記す. 任意の n 次正方行列 A, B に対して, $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$ が成り立つことを示せ.

問題 6. (第 3 回演習追加問題 8) n 次正方行列 A が正則行列であるとする. この時 n 次正方行列 B について, $AB = O_n$ ならば $B = O_n$ であることを示せ. (ヒント: 教科書 p.23 の (3) と p.22 の $AE_n = E_nA = A$ を使う.)

問題 7. (第 4 回演習 教科書 2.2.3) 正方行列 A に何回かの行基本変形を施して

$$\begin{bmatrix} & A' & \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

という最後の行がすべて 0 であるような行列に変換できるとする. このとき, A は逆行列をもたないことを証明せよ.

問題 8. (第 4 回演習 教科書 2.3.2) $C = \begin{bmatrix} 4 & -7 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 2 \\ -1 & 5 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ の行簡約化, 階数, 標準化を求めよ.

問題 9. (第 5 回演習 教科書 2.4.1(3)) 連立方程式を解け.

$$\begin{cases} \quad\quad\; 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 3 \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ -2x_1 - x_2 \quad\quad\; + x_4 = 1 \end{cases}$$

問題 10. (第 5 回演習 教科書 2.5.2(2)) 次で与えられた n 次正方行列 A に対して, $\widetilde{A} = \begin{bmatrix} A & E_n \end{bmatrix}$ の行簡約化を計算することによって, A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

問題 11. (第 5 回演習 教科書 2.5.3) A を n 次正方行列とするとき, A が正則であるための必要十分条件は A が零因子でないことである. このことを証明せよ. ここで A が零因子であるとは, あるゼロ行列でない n 次正方行列 B があって AB または BA がゼロ行列となることとする.

問題 12. (第 5 回演習 追加問題 12) 連立 1 次方程式 $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - x_4 = 1 \\ \quad\quad x_2 - 2x_3 - 5x_4 = a \end{cases}$ の解が存在するような a の値を全て求めよ.