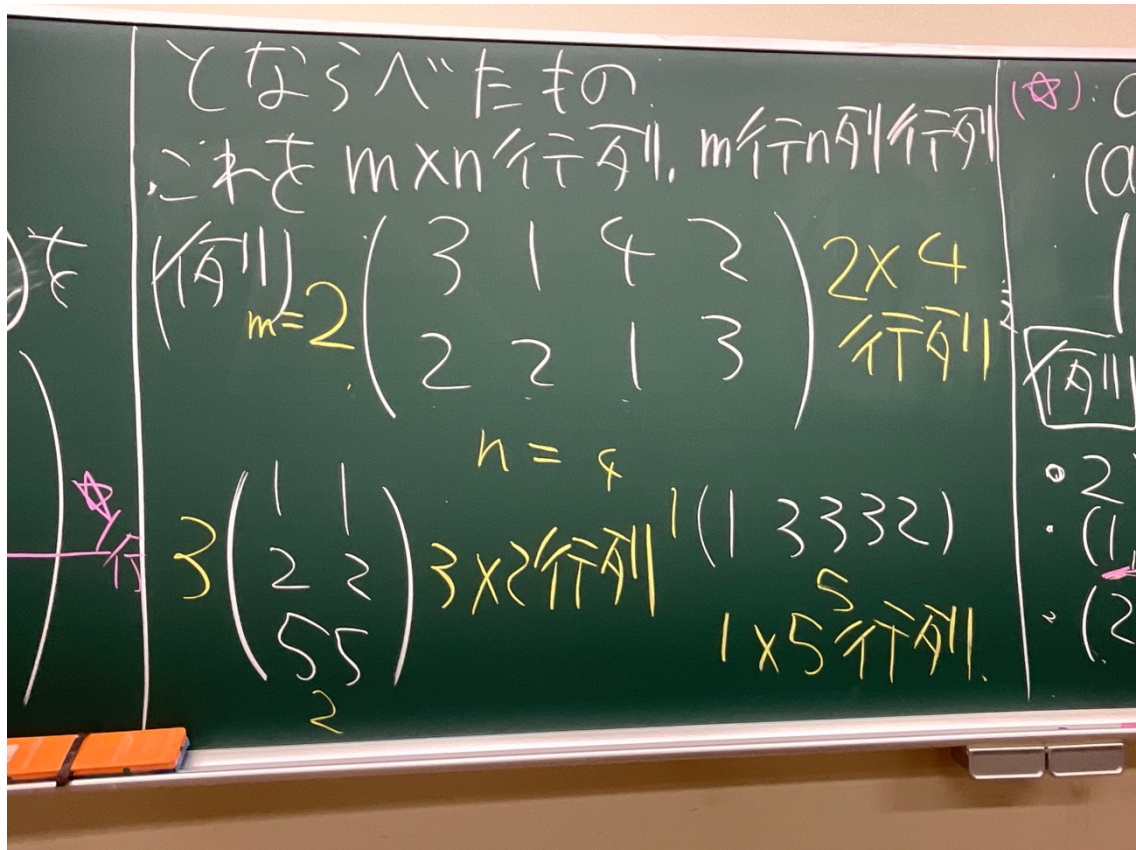
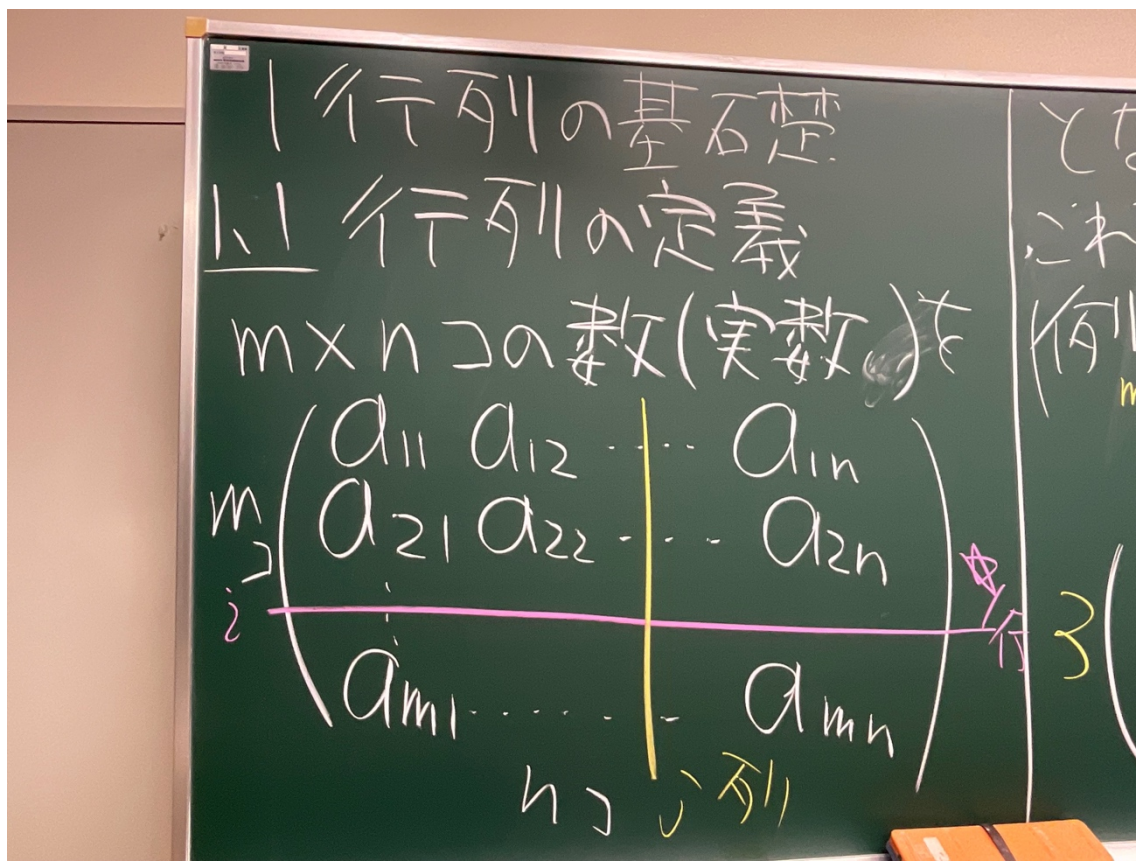




$(\star): a_{ij}$ (i, j) 成分
 $(a_{i1} \ a_{i2} \ \dots \ a_{in})$ 第 i 行
 $\begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix}$ 第 j 列

例 1 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 10 & 4 \end{pmatrix}$

- 2x3 行列
- (1,2) 成分 2
- (2,1) 成分 3
- (2,3) 成分 4

第 2 行 $(3 \ 10 \ 4)$
 第 3 列 $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$

例 2 $A = \begin{pmatrix} 13 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & 5 \\ 7 & 8 & 6 & 1 \end{pmatrix}$

- 3x4 行列
- (1,1) 成分 13
- (2,4) 成分 5
- 第 2 行 $(1 \ 4 \ 2 \ 5)$
- 第 3 列 $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$
- 例 3 $A = (2)$ 1x1 行列

• ゼロ行列 $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
 全ての成分が0のもの $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
 • n次正方行列 $\begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$
 = n x n 行列 (n次正方行列)
 • 対角成分以外0の
 n次正方行列を
対角行列 といふ

例) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ 2章
 (2) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ 2.1 例
 • 対角行列で対角成分すべて1.
 (n次正方行列) のものを 単位行列 といふ. E_n と表す
 例) $E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 $E_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $E_1 = (1)$

性質 $A + B = B + A$

0 零行列なら $A \pm 0 = A$

$A \pm (B \pm C) = (A \pm B) \pm C$

2.2 スカラー倍 (すなわちこの成分) $\times$ 数

定義 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $\times$ 数

$\lambda A = \begin{pmatrix} \lambda a & \lambda b \\ \lambda c & \lambda d \end{pmatrix}$

例

例 $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 6 & 15 \end{pmatrix}$

$(-1) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$

$0 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

性質 $1 \cdot A = A$ $0 \cdot A = 0$

$A + (-1) \cdot B = A - B$

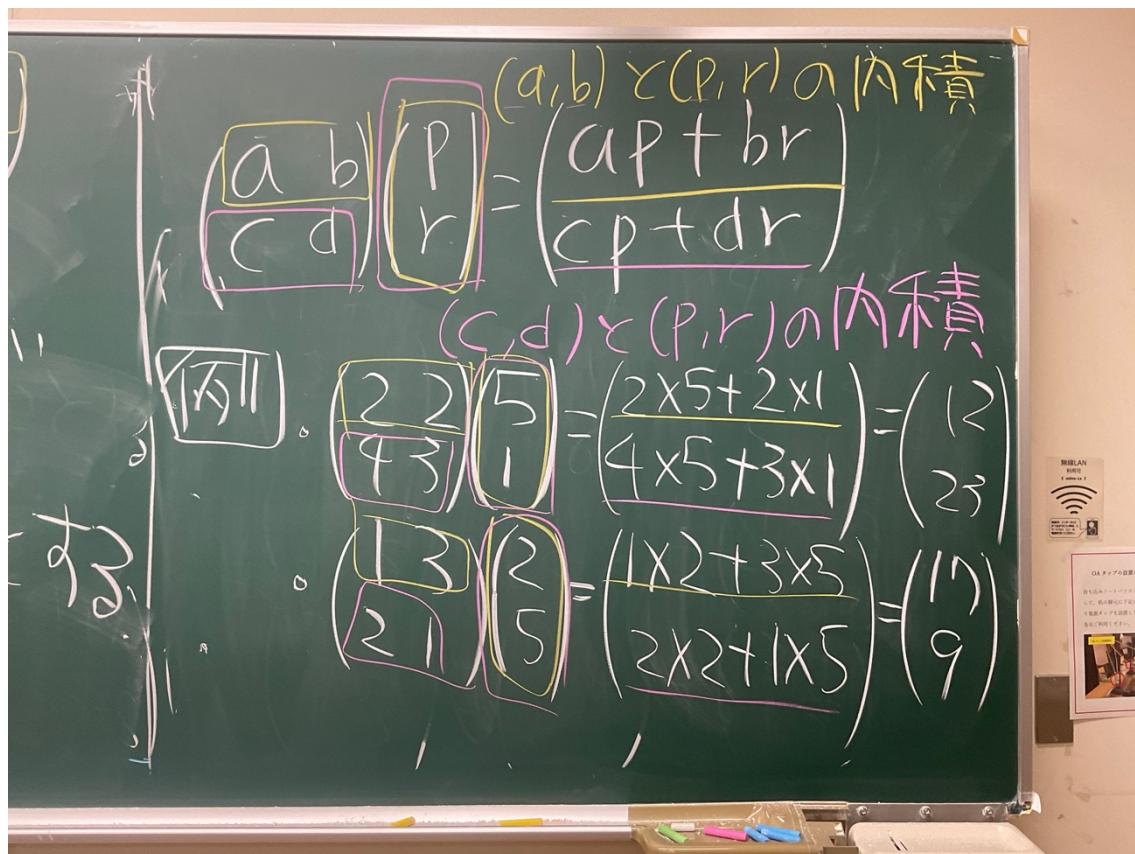
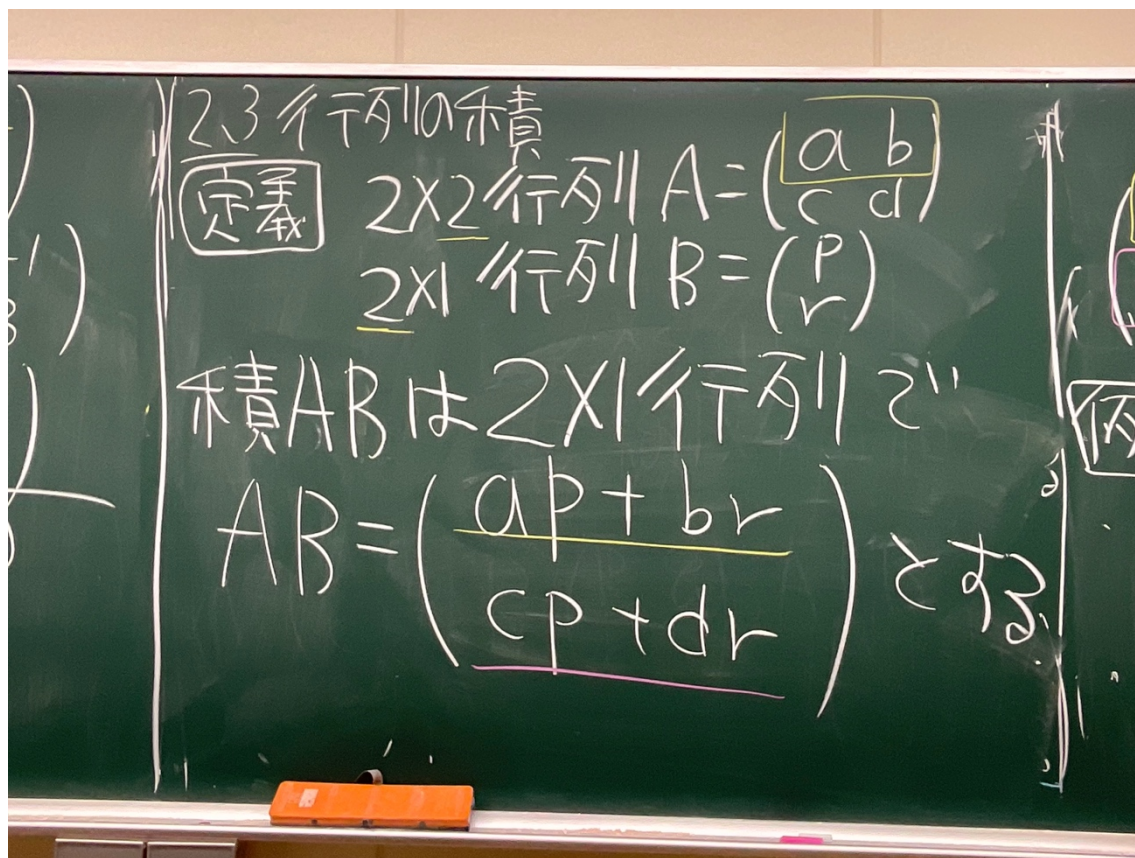
$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A$

2.3

定義

積

A



$$\circ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 2 + 0 \times 5 \\ 0 \times 2 + 1 \times 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

単位行列 E_2 (一般に

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix})$$

$$\circ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(定義) 2×2 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

2×2 行列 $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$

積 AB は 2×2 行列

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ s \end{pmatrix}$$

$(a,b) \times (p,r)$ の内積 $(a,b) \times (q,s)$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{pmatrix}$$

$(c,d) \times (p,r)$ $(c,d) \times (q,s)$

例

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 5 + 1 \times 2 & 2 \times 2 + 1 \times 3 \\ 1 \times 5 + 4 \times 2 & 1 \times 2 + 4 \times 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 12 & 7 \\ 13 & 14 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5 \times 2 + 2 \times 1 & 5 \times 1 + 2 \times 4 \\ 2 \times 2 + 3 \times 1 & 2 \times 1 + 3 \times 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 12 & 9 \\ 7 & 14 \end{pmatrix}$$

一般に $A \cdot B \neq BA$.
 (行列のかけ算のせい)

例1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

一般: $E_2 A = A E_2 = A$
(单位行列 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$)

例2) $(AB)C = A(BC)$

A, B, C 2x2行列

$x(A+B) = xA + xB$

$A \cdot (B+C) = AB + AC$

資料命題頁22

23

参照