期末試験の情報

2025 年度秋冬学期 大阪大学 全学共通教育科目 線形代数学概論 (経 81〜160)

期末試験の情報は次のとおりです.

1. 日時: 2026 年 1 月 22 日 木曜 3 限 (13:30-15:00) 13:15 までには着席してください
2. 場所: 共 B307
3. 持ち込みに関して: A4 用紙 4 枚 (裏表使用可) のみ持ち込み可. 工夫を凝らして A4 用紙 4 枚に今までの内容をまとめてください. (A4 用紙はこの用紙のサイズです.) A4 より大きいサイズの紙を用いた場合, その用紙を没収します. その他 (教科書, スマートフォン, 携帯) は使用できません.
4. 試験内容: 授業でやった範囲.

以下は注意事項です.

- 解答に関して, 答えのみならず, 答えを導出する過程をきちんと記してください. きちんと記していない場合は大幅に減点する場合がある.
- 演習問題 (11/6 と 1/8) の何問かを数値や表現など少し変えて出す予定です. そのため何をやればいいかわからない人は, 最低限として演習問題を解けるようにしてください. また単位を認定するくらいの成績が取れていない場合, 容赦無く不可を出します.
- 途中退出は 14:00-14:45 までとします. 試験が早く解けたものや諦めたものはこの時間に試験を提出し, その後退出してください.
- 試験対策として作った A4 用紙 4 枚は試験後も捨てずに置いておくことをお勧めします. なぜならこの用紙 4 枚にこの授業で学ぶべき内容が詰まっているからです.

演習問題及び授業の資料・板書内容は CLE や授業ページ (https://masataka123.github.io/2025_winter_linear_algebra/) にもあります.

試験の欠席対応について

正当な理由での欠席と認められれば別日試験をいたします. 正当な理由とはインフルエンザなどの病気または忌引き等です. その場合は岩井に連絡し, 教務課に授業・試験欠席届 (下記 URL 参照) を提出してください.

https://www.celas.osaka-u.ac.jp/education/absence/

なお今回の場合代替試験日は, 2/2(月)-2/4(水) を予定しています.

演習問題 2025 年 1 月 8 日 (木)

下の問題を解け．なお解答は配布した解答用紙に解答すること．

ただし解答に関しては答えのみならず, 答えを導出する過程をきちんと記すこと．また解答用紙は 1 人 1 枚以上提出すること．

第 1 問．次の行列を簡約化し, その階数を求めよ．

$$(1)\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad (2)\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 9 & 1 & 8 \\ 2 & 0 & 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 7 & 1 & 7 \end{pmatrix} \qquad (3)\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

第 2 問．次の連立 1 次方程式を解け．

$$(1)\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$(2)\ \begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + 9x_3 + x_4 = 8 \\ 2x_1 + 4x_3 + x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + x_4 = 7 \end{cases}$$

$$(3)\ \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 3x_4 - 9x_5 = 3 \end{cases}$$

第 3 問．次の問いに答えよ．

(1) 2 次正方行列 A, B について, A と B が正則ならば, AB も正則であることを示せ．

(2) 2 次正方行列 A, B について, AB が正則ならば, A も B も正則であることを示せ．

第 4 問．$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \mathbb{R}^2$ を

$$||2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|| = ||\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|| = 1 \quad \text{かつ} \quad (2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = \frac{1}{3}$$

となるものとする．次の問いに答えよ．

(1) $\boldsymbol{u} = 2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ とおく．$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ を $\boldsymbol{u}$ と $\boldsymbol{v}$ を用いて表せ．

(2) $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}$ は $\mathbb{R}^2$ の正規直交基底となることを示せ．特に基底となるので, 任意の点 $\boldsymbol{p}$ について, ある実数 c, d があって, $\boldsymbol{p} = c\boldsymbol{u} + d\boldsymbol{v}$ と表せられる．

(3)

$$||\boldsymbol{p} - (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})|| \leqq \frac{1}{3} \quad \text{かつ} \quad \boldsymbol{p}\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) \leqq \frac{1}{3}$$

となるように $\boldsymbol{p} \in \mathbb{R}^2$ が動くとき, $||\boldsymbol{p}||$ の最大値と最小値を求めよ．[1]

[1] ヒント: この状況において $||c\boldsymbol{u}+d\boldsymbol{v}|| = \sqrt{c^2+d^2}$ となる．

解答用紙

学籍番号:　　　　　　　　　　　　名前