

演習問題 2025 年 11 月 6 日 (木)

下の問題を解け. なお解答は配布した解答用紙に解答すること.

ただし解答に関しては答えのみならず, 答えを導出する過程をきちんと記すこと. また解答用紙は 1 人 1 枚以上提出すること.

第 1 問. 行列 A を次で定めるとき, 以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 & 8 \\ 3 & -1 & 2 & -5 \\ 18 & 0 & 2 & 12 \end{pmatrix}$$

- (1) A は何行何列の行列か?
- (2) A の $(3, 2)$ 成分を答えよ.
- (3) A の第 2 行を答えよ.
- (4) A の第 3 列を答えよ.

第 2 問. 次の行列の計算をせよ.

- (1) $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
- (2) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
- (3) $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^3 + 3 \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

第 3 問. 次の問いに答えよ.

- (1) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ の行列式を求めよ.
- (2) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めよ
- (3) $\begin{pmatrix} 100 & 99 \\ 99 & 100 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めよ

第 4 問. (1) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ とする. A を対角化せよ. また A^n を n を用いて表せ.

(2) $B = \begin{pmatrix} 13 & -30 \\ 5 & -12 \end{pmatrix}$ とする. B を対角化せよ. また B^n を n を用いて表せ.

問題は裏面に続く

第5問. 2×2 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ とする.

$$f_A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}$$

とおき, A を f_A に対応する行列という. 次の問いに答えよ.

- (1) 「 x 軸に関する鏡映 (反転) を行い, 135 度反時計回りに回転する変換」に対応する 2×2 行列を求めよ.
- (2) 「 x 軸に関する鏡映 (反転) を行い, 135 度反時計回りに回転し, さらに x 軸に関する鏡映 (反転) を行う変換」を $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ とする. g は「 α 度反時計回りに回転する変換」と同じである. α の値を求めよ. ただし $0 \leq \alpha \leq 360$ とする.

第6問. 次の行列の計算を行え.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 7 & -5 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 0 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \left\{ 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 7 & -5 & 4 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix} \right\}$$

第7問. 次の行列 A, B, C, D を次で定義する.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$AA, AB, AC, AD, BA, BB, BC, BD, CA, CB, CC, CD, DA, DB, DC, DD$ の16個の組み合わせのうち, 積が定義されるものを全て求め, その積を計算せよ.

解答用紙

学籍番号:

名前
