$\boxed{1}$

(1) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 7 & -5 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2-6 \\ -7+3 & 4+5 & -8-4-6 \\ 14+1 & -10 & 8-2 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 3 & 1 & -8 \\ -4 & 9 & -18 \\ 15 & -10 & 6 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 0 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \left\{ 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 7 & -5 & 4 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix} \right\}$

$$= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 0 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ 14 & -10 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 6 & -18 \\ -12 & 3 & -15 \end{pmatrix} \right\}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 0 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 8 & -22 \\ 2 & -7 & -7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -6-2 & +16+7 & -44+7 \\ -12 & 32 & -88 \\ -9-10 & 24+35 & -66+35 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -8 & 23 & -37 \\ -12 & 32 & -88 \\ -19 & 59 & -31 \end{pmatrix}$$

//

$\boxed{2}$ A 1×3. B 3×3 より AB 1×3行列で

$$AB = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -21 & 6 & -27 \end{pmatrix}$$

・B 3×3 A 1×3 より AB 定義できない

・A 1×3 C 2×3 より AC 定義できない、

・C 2×3 A 1×3 より CAも定義できない

・A 1×3 D 3×1 より AD 1×1行列で

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+6-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \end{pmatrix}$$

D 3×1 A 1×3 より DA 3×3行列で

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 20 \\ -3 & 6 & -15 \\ -1 & 2 & -5 \end{pmatrix}$$

・B 3×3 C 2×3 より BC 定義できない

・C 2×3 B 3×3 より CB 2×3行列

$$\begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 11 \\ 1 & -9 & 2 \end{pmatrix}$$

・B 3×3 D 3×1 より BD 3×1 行列で

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 9 \\ -11 \end{pmatrix}$$

・D 3×1 B 3×3 より DB 定義できない

・C 2×3 D 3×1 より CD 2×1 行列で

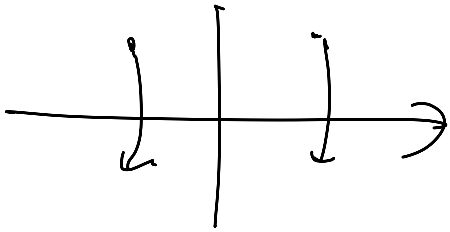
$$\begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8+15+3 \\ -4-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 \\ -13 \end{pmatrix}$$

・D 3×1 C 2×3 より DC 定義できない

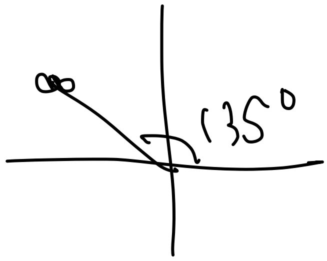
まとめると

$$\boxed{\begin{array}{l}
\cdot\ AB = \begin{pmatrix} -21 & 6 & -27 \end{pmatrix} \quad \cdot\ AD = \begin{pmatrix} 5 \end{pmatrix} \\
\cdot\ DA = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 20 \\ -3 & 6 & -15 \\ -1 & 2 & -5 \end{pmatrix} \quad \cdot\ BD = \begin{pmatrix} -2 \\ 9 \\ -11 \end{pmatrix} \\
\cdot\ CB = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 11 \\ 1 & -9 & 2 \end{pmatrix} \\
\cdot\ CD = \begin{pmatrix} 26 \\ -13 \end{pmatrix}
\end{array}}$$

$\boxed{3}$ (1) x軸に関しての鏡映(反転)



$$A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$



135度反時計回転

$$B=\begin{pmatrix}\cos 135^\circ & -\sin 135^\circ\\ \sin 135^\circ & \cos 135^\circ\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}$$

よって「x軸鏡映して 135度反時計回転」は

$$BA=\begin{pmatrix}-\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}-\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}$$

//

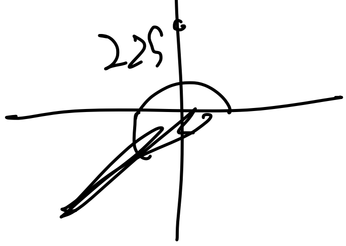
(2)

「x軸鏡映して 135度反時計回転して x軸鏡映」は

$$ABA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$



$$= \begin{pmatrix} \cos 225^\circ & -\sin 225^\circ \\ \sin 225^\circ & \cos 225^\circ \end{pmatrix}.$$

$\boxed{答}$ $\alpha = 225$

$\boxed{補足}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\alpha^\circ & -\sin\alpha^\circ \\ \sin\alpha^\circ & \cos\alpha^\circ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} \cos(360^\circ-\alpha^\circ) & -\sin(360^\circ-\alpha^\circ) \\ \sin(360^\circ-\alpha^\circ) & \cos(360^\circ-\alpha^\circ) \end{pmatrix},$$

$\boxed{4}$ (1) 「$c_1\vec{a_1}+c_2\vec{a_2}+c_3\vec{a_3}=\vec{0}$ ならば $c_1=c_2=c_3=0$」を示す

$c_1\vec{a_1}+c_2\vec{a_2}+c_3\vec{a_3}=\vec{0}$ とする。

左辺は $\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ 0 \end{pmatrix}$ より $\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ となる

よって $c_1=c_2=c_3=0$ となり示された

(2) $\vec{a_1}+\vec{a_2}-\vec{a_4}$

$$=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}=\vec{0}$$

よって 線形従属である

(3) 線形独立である

逆 $c_1\vec{a_1}+c_2\vec{a_2}+c_3\vec{a_3}+c_5\vec{a_5}=\vec{0}$

ならば $c_1=c_2=c_3=c_5=0$ を示す

$c_1\vec{a_1}+c_2\vec{a_2}+c_3\vec{a_3}+c_5\vec{a_5}=\vec{0}$ ならば

$$\begin{pmatrix} c_1+c_5 \\ c_2+c_5 \\ c_3+c_5 \\ c_5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$ となる

よって $c_5=0$ となり $c_1=c_2=c_3=0$

がいえる。

$\boxed{5}$ (1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 9 & 1 & 8 \\ 2 & 0 & 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 7 & 1 & 7 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & -6 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -6 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$-3\ -3\ -15\ 0\ -9$

$-2\ -2\ -10\ 0\ -6$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & -6 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -6 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 6 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}$$

$-1\ -3\ 1$

$-2\ -6\ 2\ 2$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ランク3

$\boxed{2}$

$$\begin{pmatrix} 1&2&3&4&5\\ 2&3&4&5&6\\ 3&4&5&6&7\\ 4&5&6&7&8\\ 5&6&7&8&9 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1&2&3&4&5\\ 2&3&4&5&6\\ 3&4&5&6&7\\ 4&5&6&7&8\\ 1&1&1&1&1 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1&2&3&4&5\\ 1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1\\ 1&1&1&1&1 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1&2&3&4&5\\ 1&1&1&1&1\\ 0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1&1&1&1&1\\ 1&2&3&4&5\\ 0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1&1&1&1&1\\ 0&1&2&3&4\\ 0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1&0&-1&-2&-3\\ 0&1&2&3&4\\ 0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$

ランク 2 //

⑥ i) 手順通りやる

① 係数行列は $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ である

② これを簡約化する

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$-2\ -4\ -2\ 0$

$-1\ -2\ -1\ 0$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ //

③ $C\vec{x} = \vec{0}$ をとく、つまり $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ をとく

これは $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases}$ に同じ //.

(6-2)

① 係数行列は
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 9 & 1 & 8 \\ 2 & 0 & 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 7 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$
である

② これを簡約化すると

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 7 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 9 & 1 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow[\boxed{3-1}]{} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
2

③ $C\vec{x}=\vec{0}$ をもとめる

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
をとく

つまり
$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 + x_5 = 0 \\ x_2 + 3x_3 + 2x_5 = 0 \\ x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

をとく

たとえば

$$\begin{cases} x_1 = -2s - t \\ x_2 = -3s - 2t \\ x_3 = s \\ x_4 = -3t \\ x_5 = t \end{cases}$$

となる

(s, t 実数)

6-3

① 係数行列は $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & 2 & 6 & 2 \\ 3 & 2 & -4 & -3 & -9 & 3 \end{pmatrix}$ 2す!

② これを簡約化すると

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & 2 & 6 & 2 \\ 3 & 2 & -4 & -3 & -9 & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -6 & -18 & 0 \end{pmatrix}$$

$-2\ -2\ 4\ -2\ -6\ -2$

$-3\ -3\ 6\ -3\ -9\ -3$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -6 & -18 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6 & -18 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

③ $C\vec{x}=\vec{0}$ をとく

つまり
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
をとく。

つまり
$$\begin{cases} x_1 + x_6 = 0 \\ x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$
をとく

$\boxed{\text{答}}$
$$\begin{cases} x_1 = -u \\ x_2 = 2s \\ x_3 = s \\ x_4 = -3t \\ x_5 = t \\ x_6 = u \end{cases}$$
(s, t, u) 実数.

(1)-(1)

(A, E_3) を簡約化して $(E_3\ B)$ になったとき

$B = A^{-1}$ であることを使うと。

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$-2\ 1\ 0\ -1\ 0\ 0$

$-1\ \frac{1}{2}\ 0\ -\frac{1}{2}\ 0\ 0$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$1\ 1\ -1$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\boxed{q:2}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$-2\ -4\ -6\ -2\ 0\ 0$

$-3\ -6\ -9\ -3\ 0\ 0$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -4 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -8 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \frac{2}{4} & \frac{-1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \frac{3}{4} & 0 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \frac{2}{4} & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \frac{2}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$0 \; -2 \; -2 \; -1 \; +\frac{2}{4} \; 0$

$0 \; -1 \; -1 \; -\frac{2}{4} \; \frac{1}{4} \; 0$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{2}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$-1 \; \frac{1}{4} \; -\frac{1}{4} \; \frac{1}{4}$

$$\boxed{K^{-1}_{2}} \quad \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$\boxed{8}$ (1) 仮定より Aの逆行列 A^{-1} と

Bの逆行列 B^{-1} が存在する

そこで $C = B^{-1}A^{-1}$ とすると

$$(AB)C = (AB)(B^{-1}A^{-1})$$

$$= A(BB^{-1})A^{-1} = AA^{-1} = \underset{\text{(単位行列)}}{E}$$

$$CAB = (B^{-1}A^{-1})(AB) = B^{-1}(A^{-1}A)B$$

$$= B^{-1}B = E$$ より

CはABの逆行列である

とくにABは正則

(補足 $(AB)C = E$ だけでも

$\boxed{\text{資料 命題106}}$ から AB正則がいる

(後述))

(2) CをABの逆行列とする.

すると$(AB)C = C(AB) = E$となる

よって$A(BC) = E$ より

資料 命題106 より

Aは正則となる Bも同様

補足 資料 命題106

A = n次正方行列について次は同値

① $AB = E$なる B $n \times n$がある

⇕

② $BA = E$

③ Aは正則

このときBはAの逆行列A^{-1}である