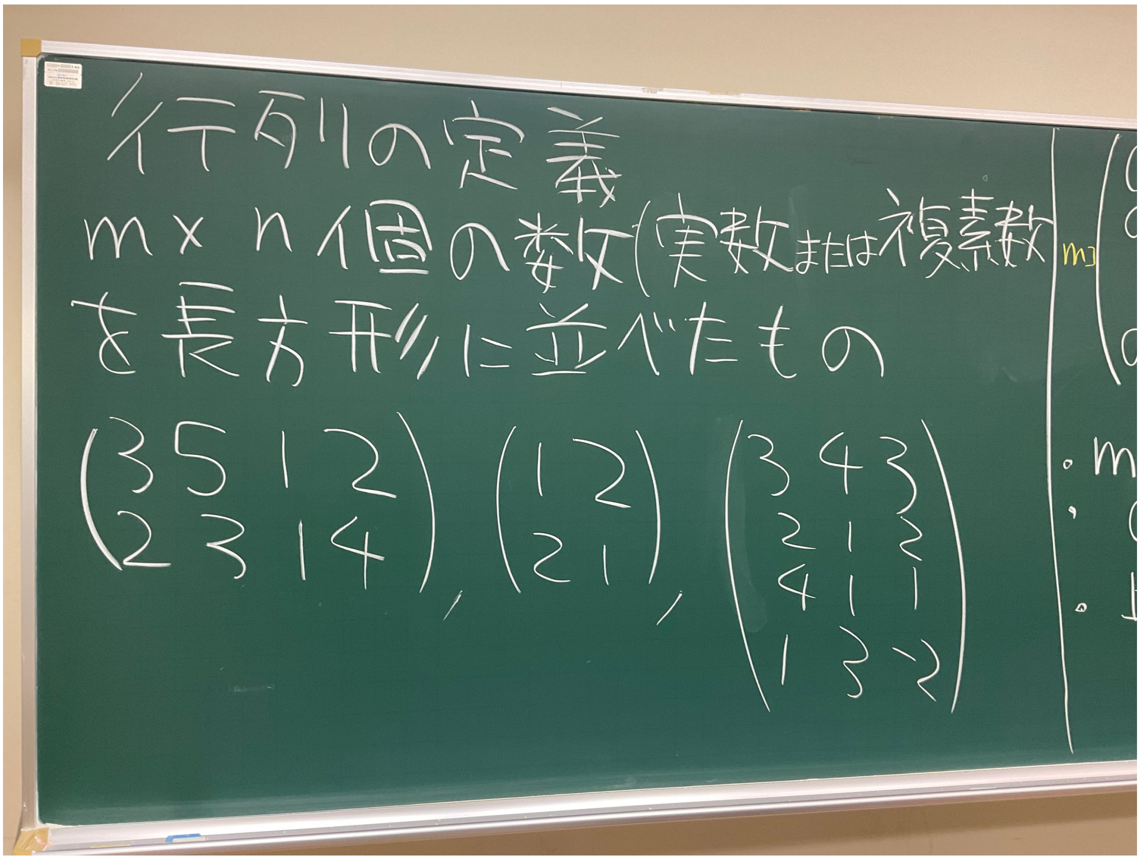
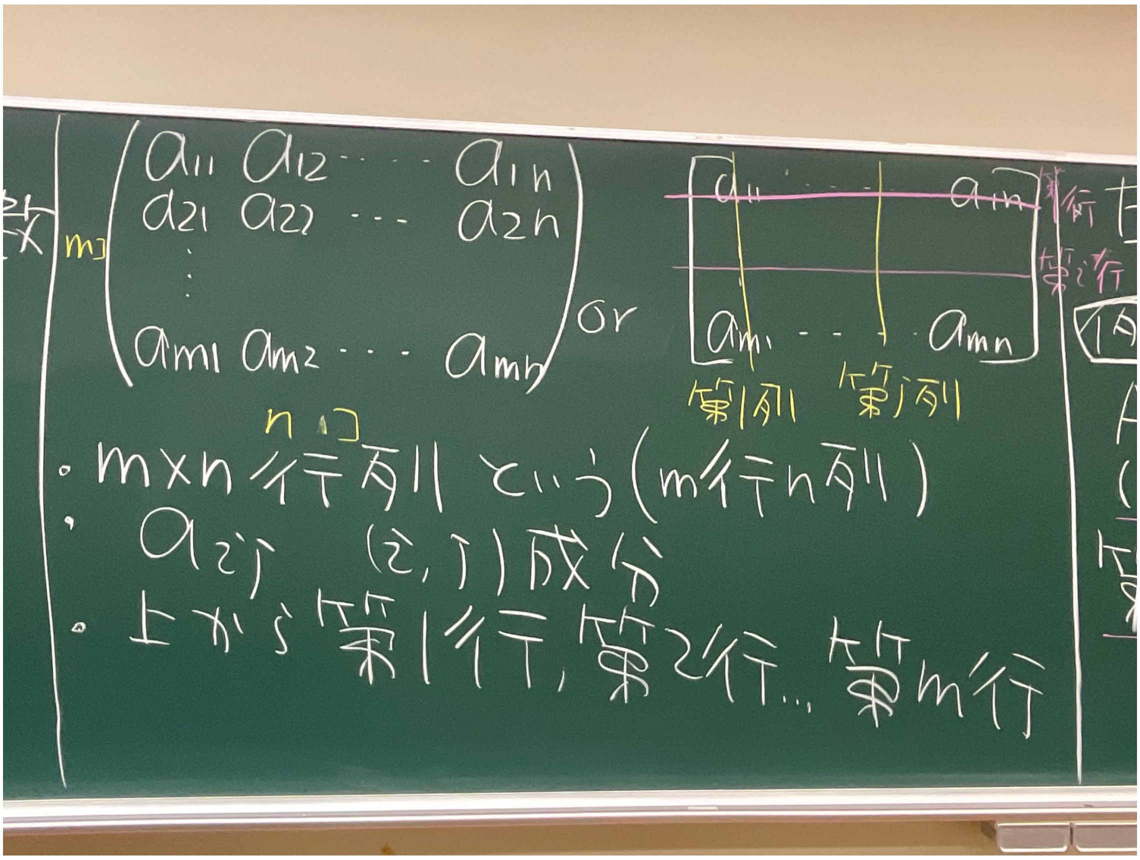


行列の定義

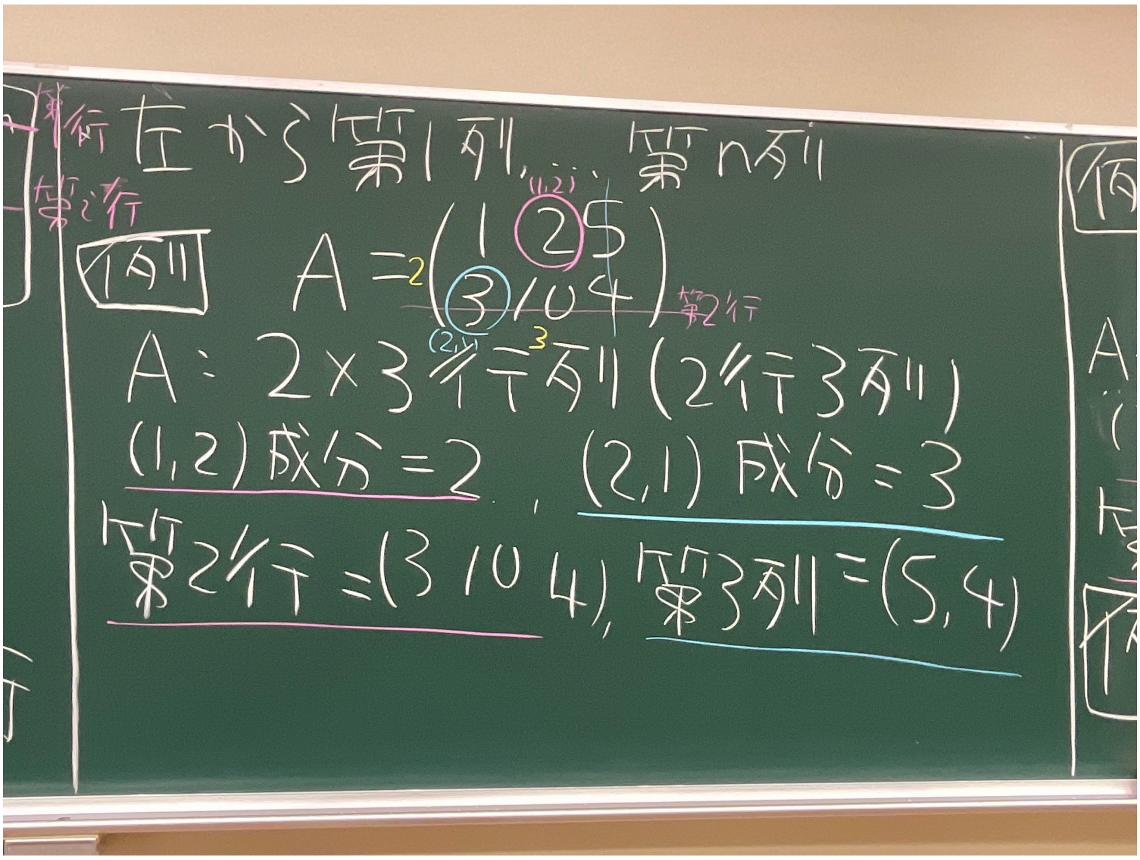
m×n個の数(実数または複素数
を長方形に並べたもの

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$



$$m\Big]\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

- m×n行列（n コ）という(m行n列)
- a_{ij}　(i, j)成分
- 上から第1行, 第2行, … 第m行



第1行

第2行

左から第1列, …, 第n列

例

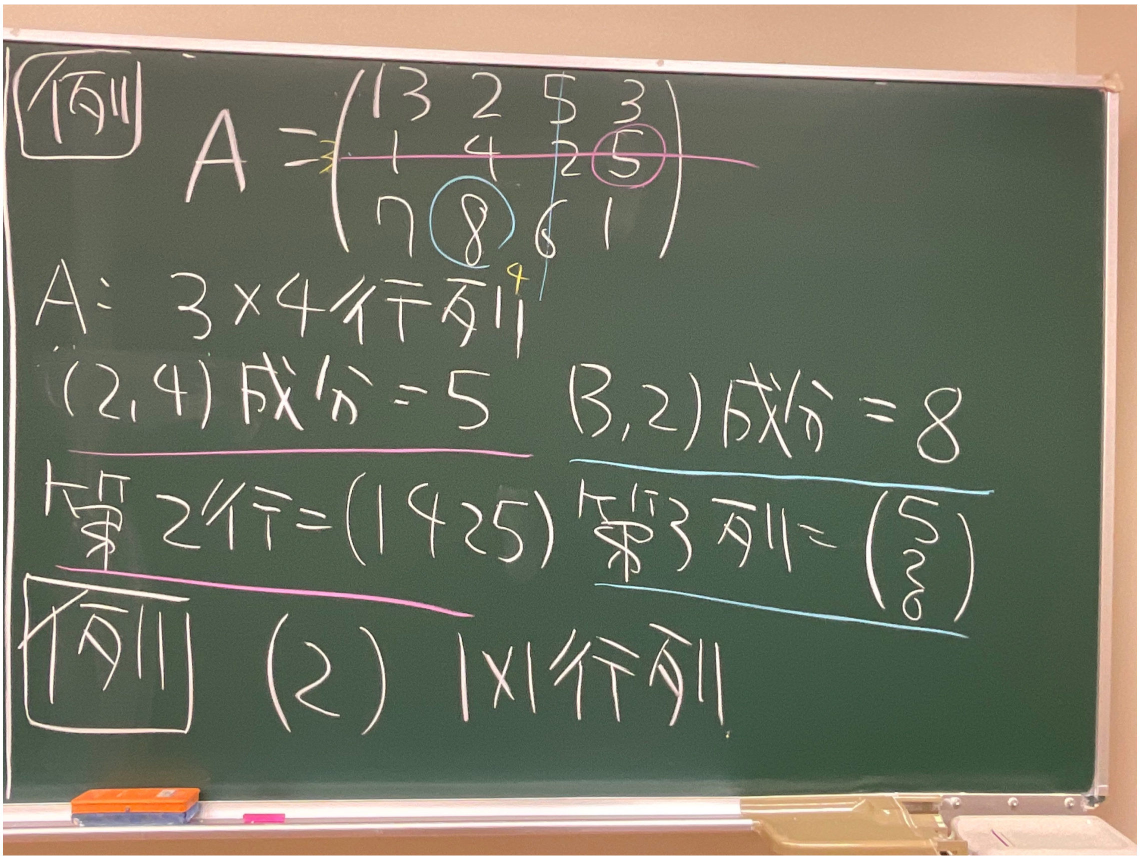
$$A = 2\begin{pmatrix} 1 & \overset{(1,2)}{\textcircled{2}} & 5 \\ \underset{(2,1)}{\textcircled{3}} & 10 & 4 \end{pmatrix} \text{第2行}$$

3

A: 2×3行列 (2行3列)

(1,2)成分 = 2, (2,1)成分 = 3

第2行 = (3 10 4), 第3列 = (5, 4)



例

$$A = 3\begin{pmatrix} 13 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & \textcircled{5} \\ 7 & \textcircled{8} & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

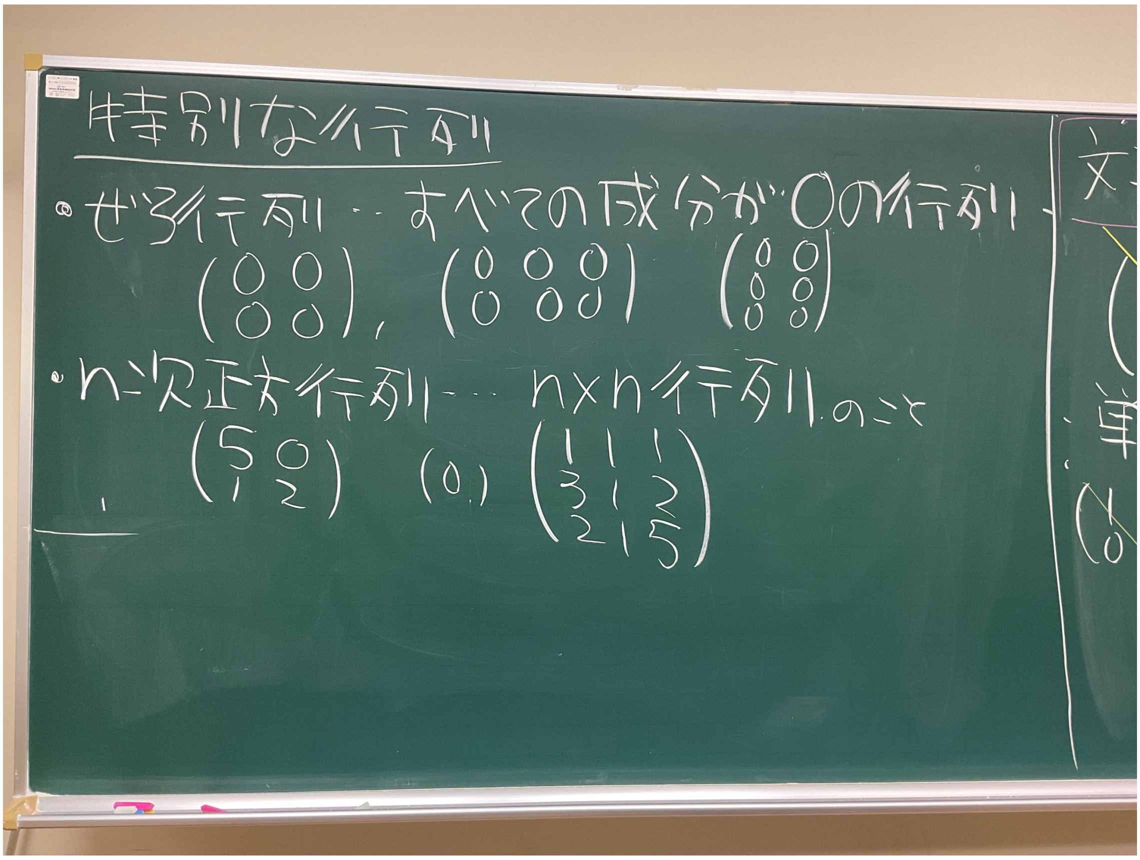
4

A: 3×4行列

(2,4)成分 = 5 (3,2)成分 = 8

第2行 = (1 4 2 5) 第3列 = $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$

例 (2) 1×1行列



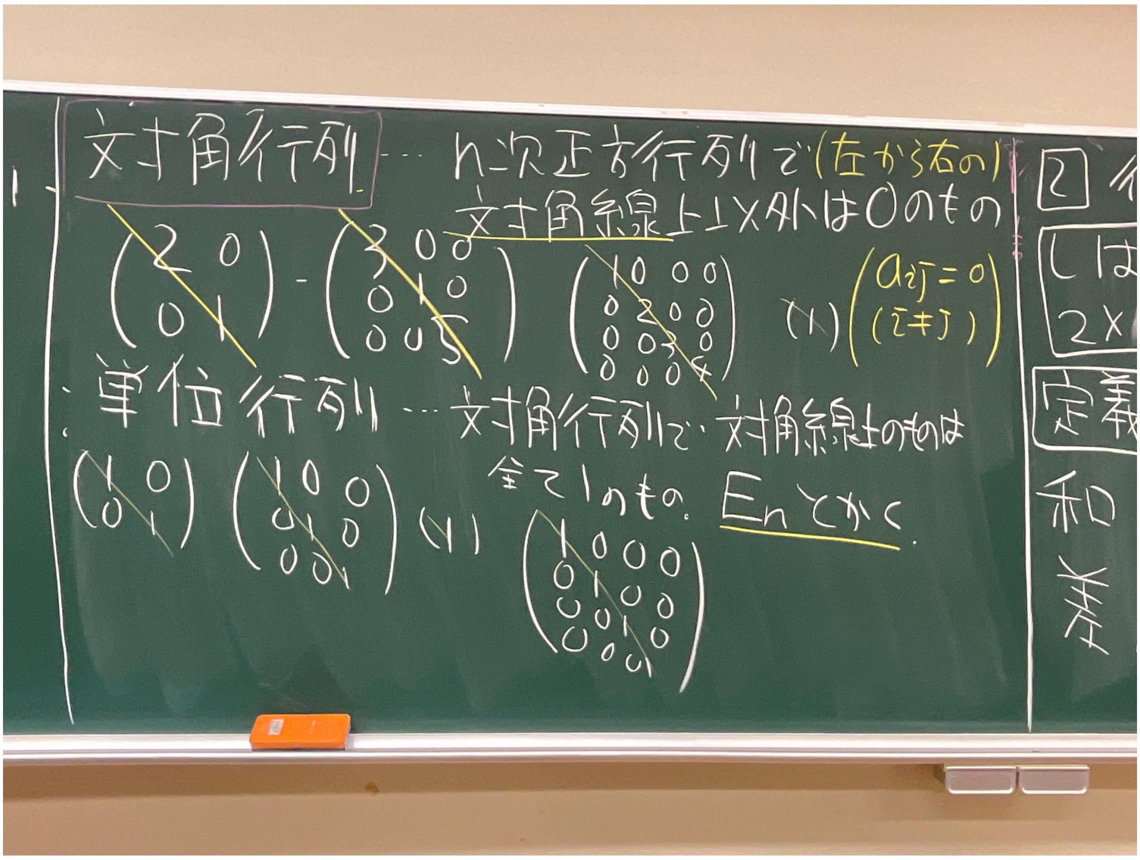
特別な行列

- ゼロ行列…すべての成分が0の行列

$$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}0&0\\0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

- n次正方行列…n×n行列のこと

$$\begin{pmatrix}5&0\\1&2\end{pmatrix}\quad(0)\quad\begin{pmatrix}1&1&1\\3&1&2\\2&1&5\end{pmatrix}$$



対角行列…n次正方行列で（左から右の）対角線上以外は0のもの

$$\begin{pmatrix}2&0\\0&1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}3&0&0\\0&1&0\\0&0&5\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&2&0&0\\0&0&3&0\\0&0&0&4\end{pmatrix}\quad(1)\quad\begin{pmatrix}a_{ij}=0\\(i\neq j)\end{pmatrix}$$

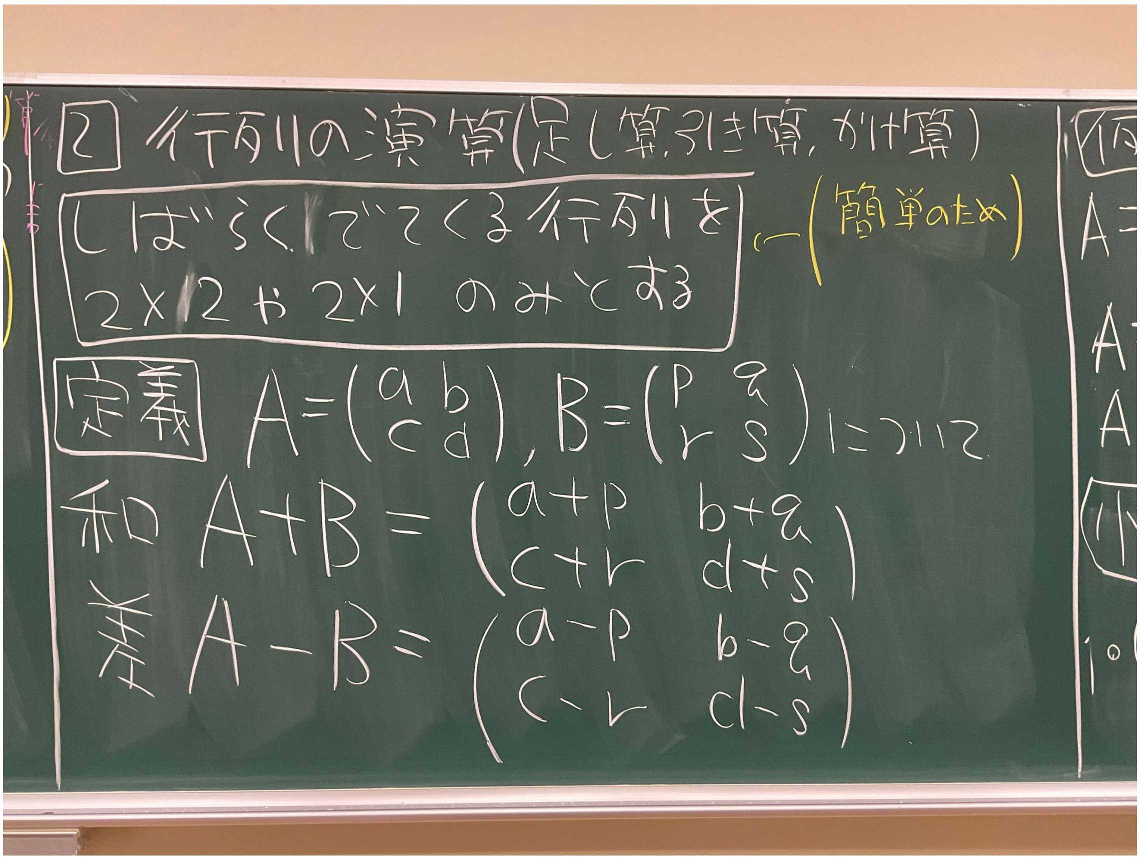
- 単位行列…対角行列で、対角線上のものは全て1のもの。Enとかく。

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\ \begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\ (1)\quad\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

②

和

差



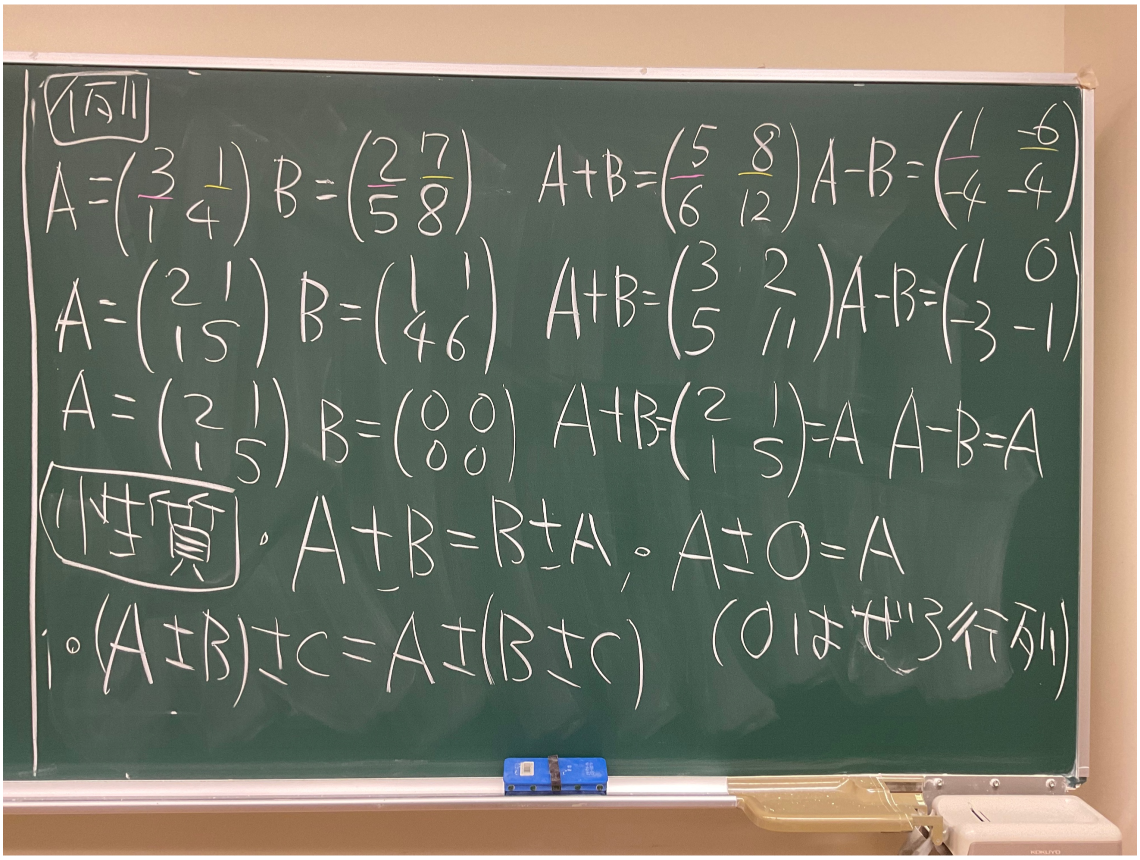
2 行列の演算(足し算,引き算,かけ算)

しばらくでてくる行列を
2×2 か 2×1 のみとする ←(簡単のため)

定義 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ について

和 $A+B=\begin{pmatrix} a+p & b+q \\ c+r & d+s \end{pmatrix}$

差 $A-B=\begin{pmatrix} a-p & b-q \\ c-r & d-s \end{pmatrix}$



例

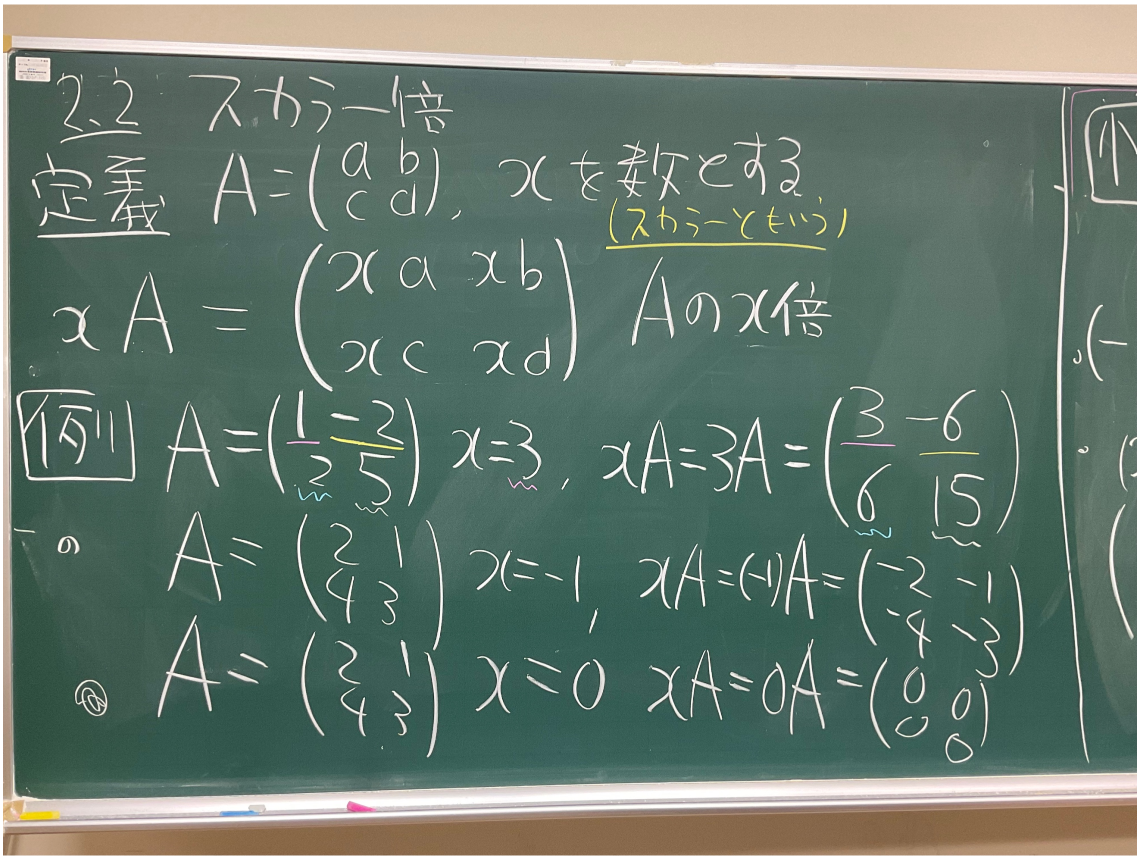
$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ $A+B=\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}$ $A-B=\begin{pmatrix} 1 & -6 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$

$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ $A+B=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 11 \end{pmatrix}$ $A-B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $A+B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}=A$ $A-B=A$

性質 ・$A\pm B=B\pm A$ ・$A\pm O=A$

・$(A\pm B)\pm C=A\pm(B\pm C)$ (Oはぜろ行列)



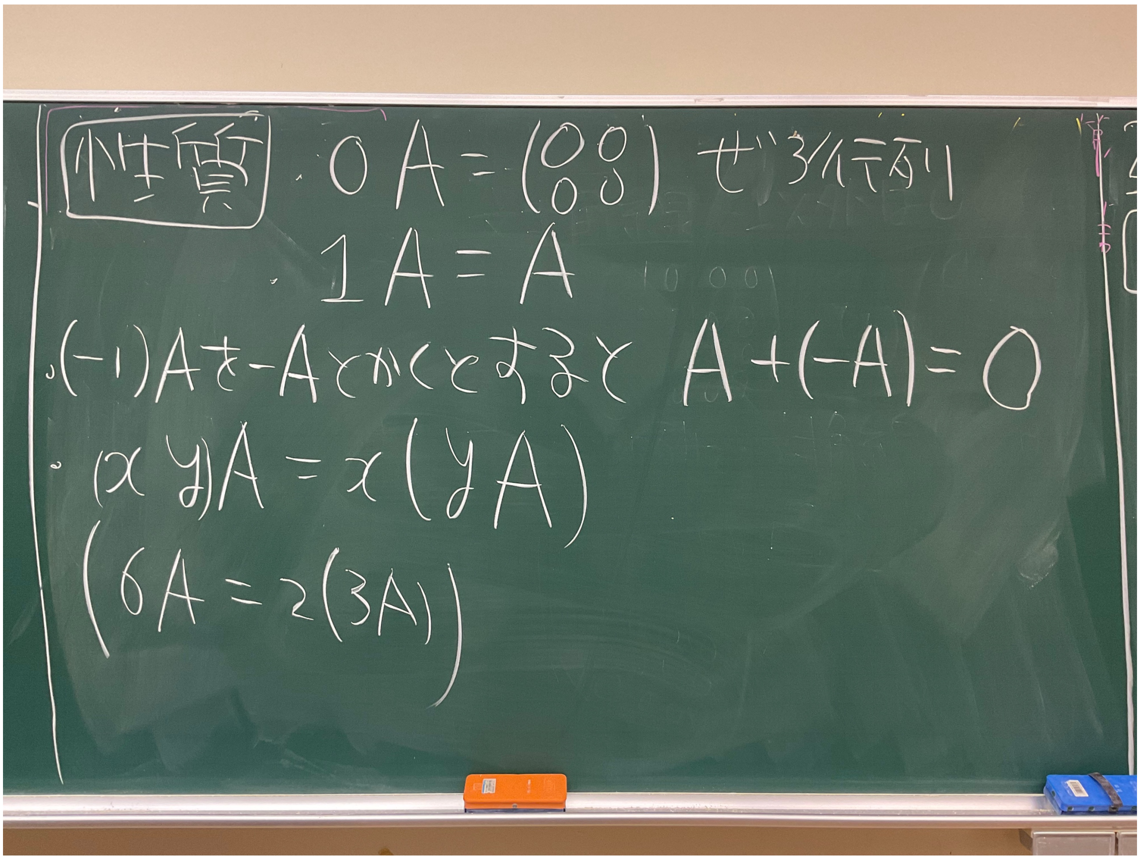
2.2 スカラー倍

定義 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, x を数とする
(スカラーともいう)

$$xA = \begin{pmatrix} xa & xb \\ xc & xd \end{pmatrix}$$ Aのx倍

$\boxed{例}$ $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ $x=3$, $xA=3A=\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 6 & 15 \end{pmatrix}$

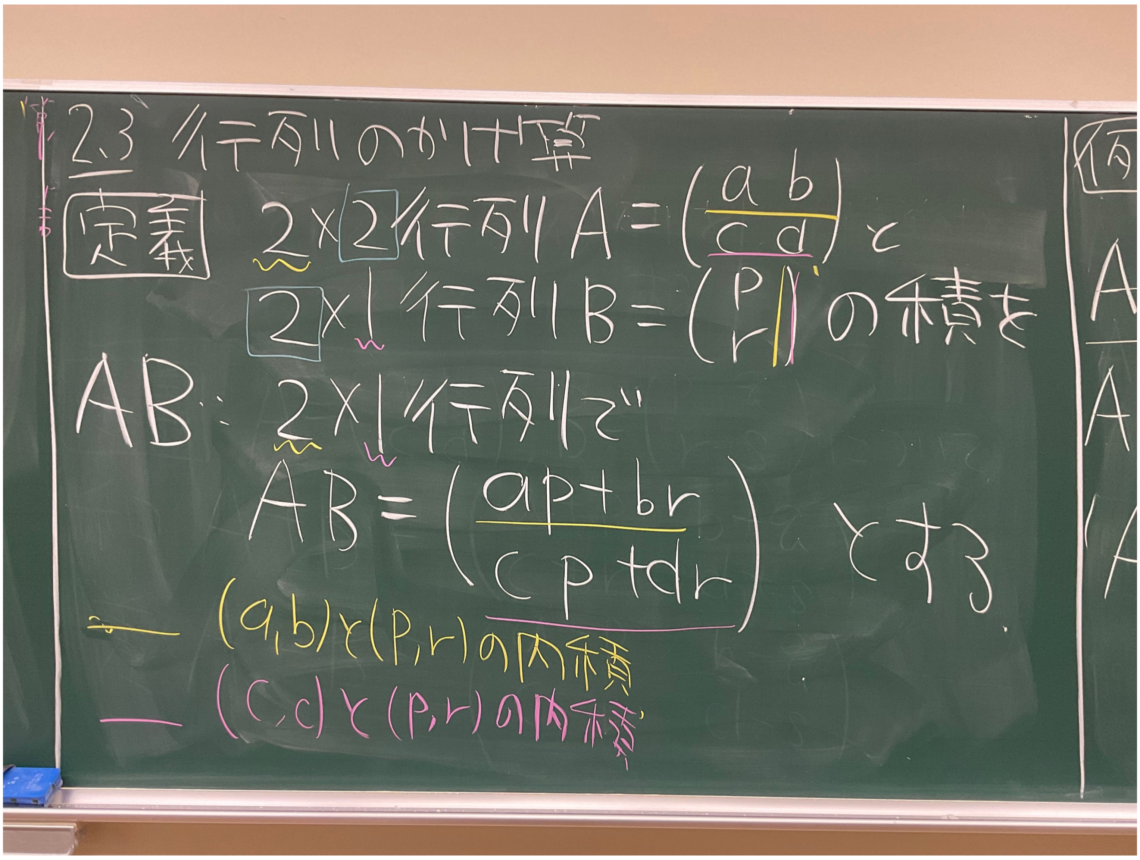
- $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ $x=-1$, $xA=(-1)A=\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$
- $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ $x=0$ $xA=0A=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$



$\boxed{性質}$

- $0A=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ゼロ行列
- $1A=A$
- $(-1)A$を$-A$とかくとすると $A+(-A)=O$
- $(xy)A=x(yA)$

$(6A=2(3A))$



2.3 行列のかけ算

定義 2×2行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ と

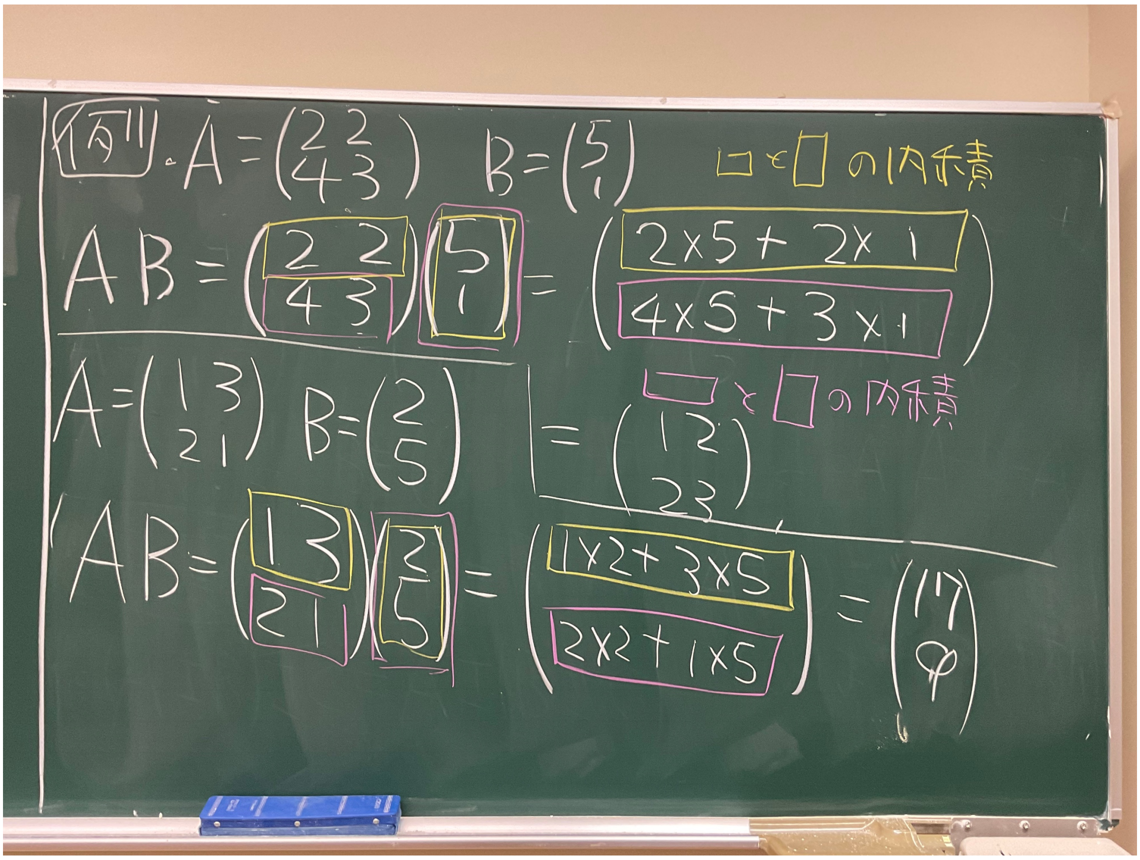
2×1行列 $B=\begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix}$ の積を

AB: 2×1行列で

$$AB=\begin{pmatrix} ap+br \\ cp+dr \end{pmatrix}$$ とする

— (a,b)と(p,r)の内積

— (c,d)と(p,r)の内積



例 $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

□と□の内積

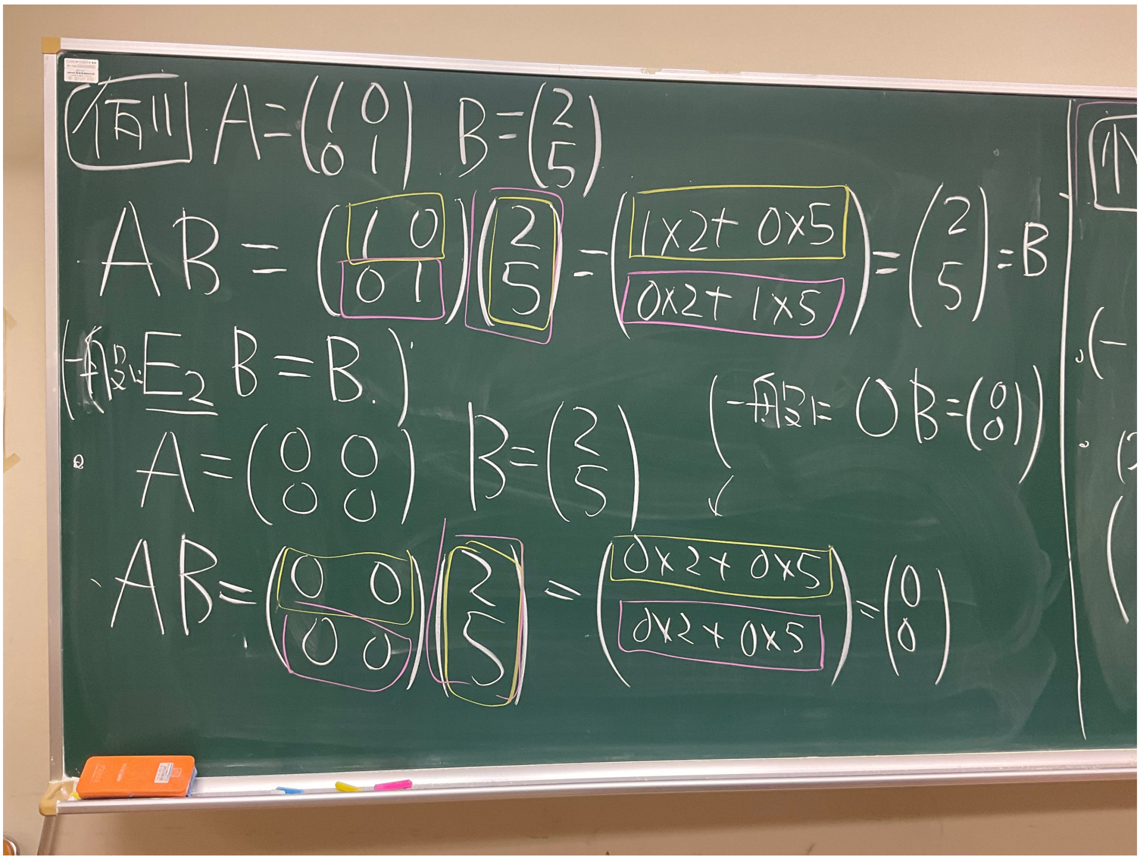
$$AB=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2\times5+2\times1 \\ 4\times5+3\times1 \end{pmatrix}$$

$A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

□と□の内積

$=\begin{pmatrix} 12 \\ 23 \end{pmatrix}$

$$AB=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1\times2+3\times5 \\ 2\times2+1\times5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 17 \\ 9 \end{pmatrix}$$



例1 $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$

$$AB=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\times2+0\times5\\0\times2+1\times5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}=B$$

（一般に $\underline{E_2}B=B$.）

$A=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$

（一般に $OB=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$）

$$AB=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\times2+0\times5\\0\times2+0\times5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$