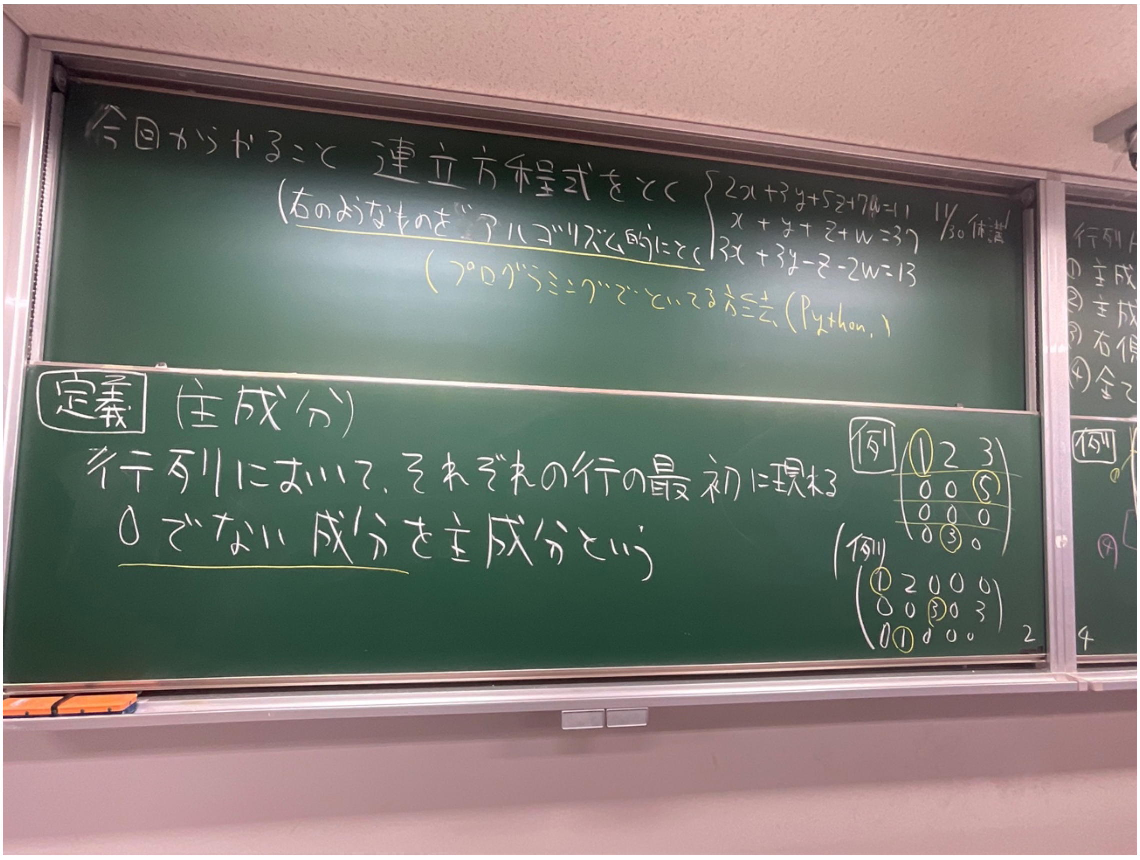
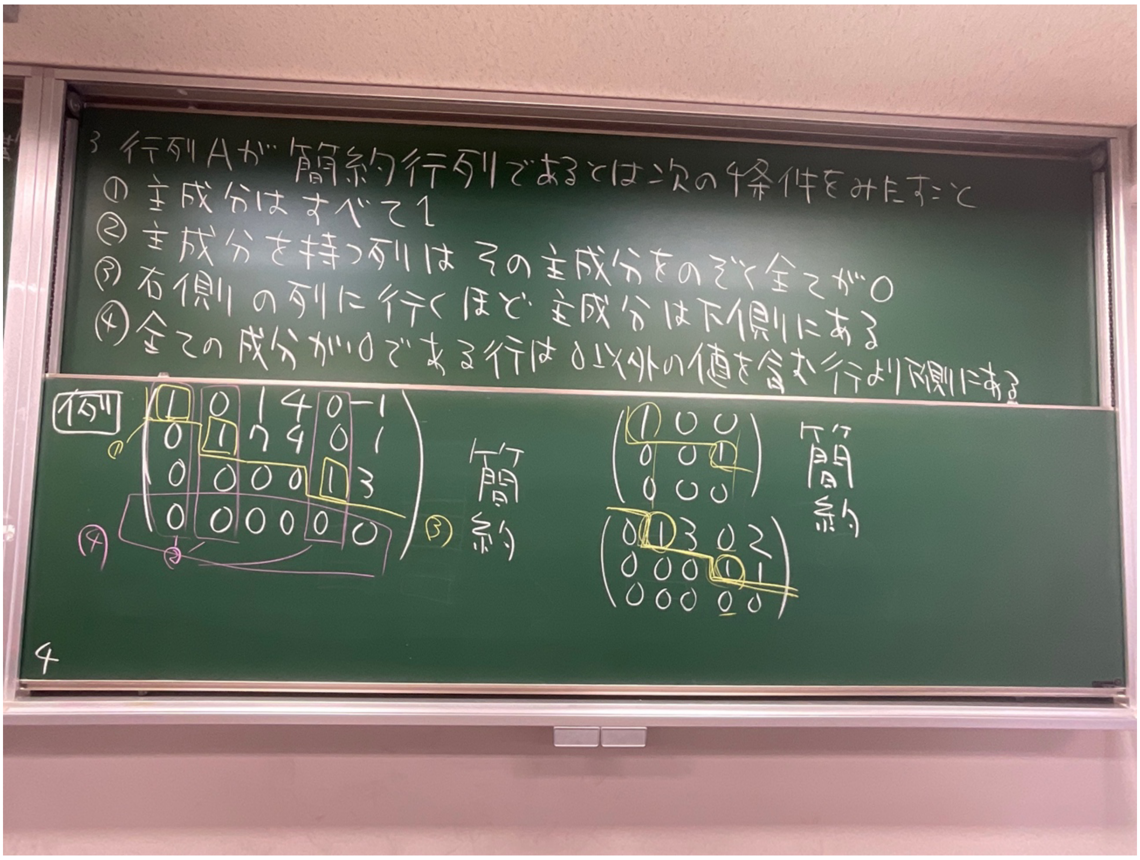

今回からやること　連立方程式をとく
(右のようなものをアルゴリズム的にとく
(プログラミングでといてる方法 (Python.)
2x + 3y + 5z + 7w = 11
x + y + z + w = 37
3x + 3y − z − 2w = 13
11/30 休講!
定義　主成分
行列において、それぞれの行の最初に現れる
0でない成分を主成分という
例
1 2 3
0 0 5
0 0 0
0 3 0
例
1 2 0 0 0
0 0 3 0 3
0 1 0 0 0
2


3 行列Aが簡約行列であるとは次の条件をみたすこと
① 主成分はすべて1
② 主成分を持つ列は その主成分をのぞく全てが0
③ 右側の列に行くほど主成分は下側にある
④ 全ての成分が0である行は0以外の値を含む行より下側にある
例
1 0 1 4 0 −1
0 1 7 4 0 1
0 0 0 0 1 3
0 0 0 0 0 0
簡約
1 0 0
0 0 1
0 0 0
0 1 3 0 2
0 0 0 1 1
0 0 0 0 0
簡約
4

定義 [(行)基本変形] "行列Aにかんする3つの変換"

① 1つの行を何倍かする(ただし0倍をのぞく)

② 2つの行をいれかえる

③ 1つの行に他の行の何倍かを加えるor ひく

① $\begin{pmatrix} \boxed{1\ 2\ 3} \\ 4\ 5\ 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\square\times 2} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1\ 2\ 3 \\ \boxed{4\ 5\ 6} \end{pmatrix} \xrightarrow[\square\times(-1)]{} \begin{pmatrix} 1\ 2\ 3 \\ \boxed{-4\ -5\ -6} \end{pmatrix}$

② $\begin{pmatrix} \boxed{1\ 2\ 3} \\ \boxed{4\ 5\ 6} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix} \boxed{1\ 2\ 3} \\ \boxed{4\ 5\ 6} \end{pmatrix} \xrightarrow{\square+3\square} \begin{pmatrix} 1+3\times4 & 2+3\times5 & 3+3\times6 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 17 & 21 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} \boxed{1\ 2\ 3} \\ \boxed{4\ 5\ 6} \end{pmatrix} \xrightarrow[\square-2\square]{} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4-2\times1 & 5-2\times2 & 6-2\times3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

3

$\begin{pmatrix} \boxed{1\ 2\ -3} \\ \boxed{1\ 1\ 1} \end{pmatrix} \xrightarrow[③]{\square-1\square} \begin{pmatrix} \boxed{1\ 2\ -3} \\ \boxed{0\ -1\ 4} \end{pmatrix} \xrightarrow[②]{\square\times(-1)} \begin{pmatrix} \boxed{1\ 2\ -3} \\ \boxed{0\ 1\ -4} \end{pmatrix} \xrightarrow[③]{\square-2\square} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ 簡約

定義+定理 任意の行列Aは(行)基本変形を適切におこなうことで簡約行列をえることができる。

$A \xrightarrow[\text{(行基本)}]{} B$ (簡約) そして その簡約行列は ただ一つ に定まる

この操作のことをAを簡約するといい、えられた簡約行列をAの簡約化という (Bのこと

例

これを簡約化する

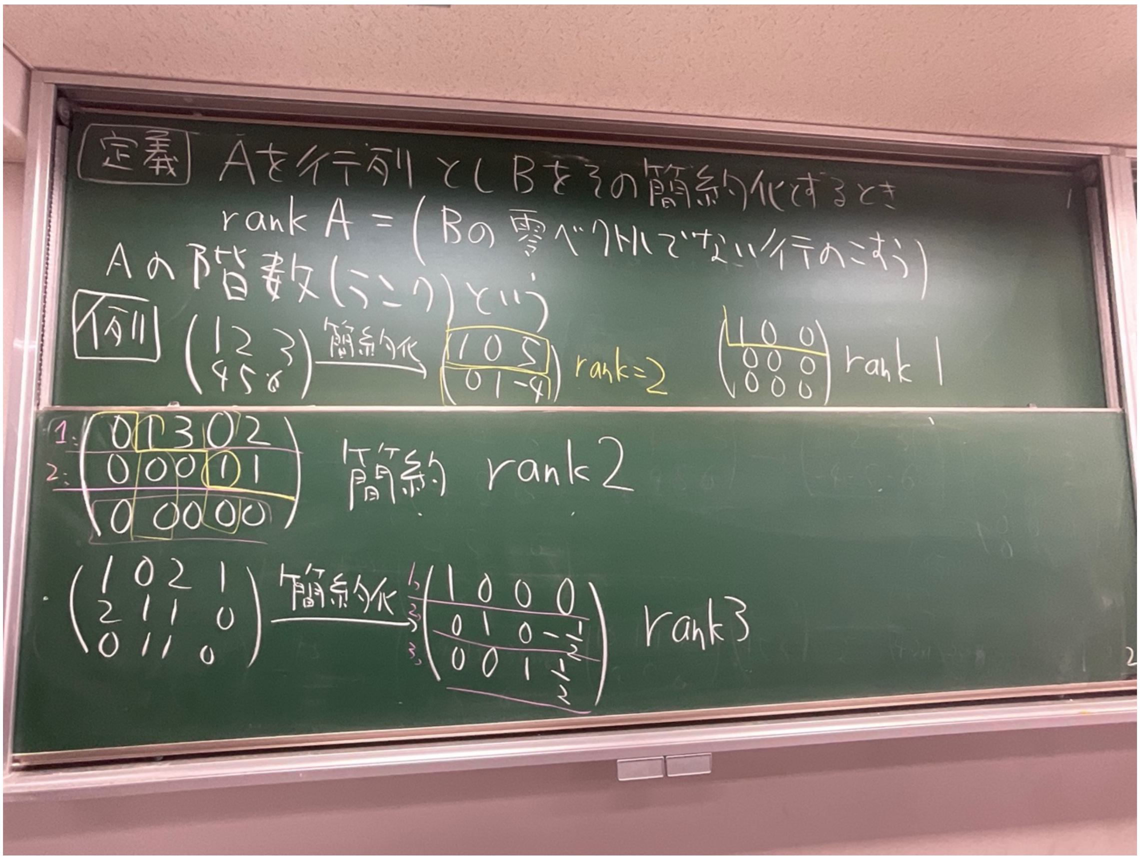
$\begin{pmatrix} \boxed{1\ 0\ 2\ 1} \\ \boxed{2\ 1\ 1\ 0} \\ 0\ 1\ 1\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[③]{\square-2\square} \begin{pmatrix} 1\ 0\ 2\ 1 \\ \boxed{0\ 1\ -3\ -2} \\ \boxed{0\ 1\ 1\ 0} \end{pmatrix} \xrightarrow[③]{\square-1\square} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow[②]{\square\times\frac{1}{4}} \begin{pmatrix} \boxed{1\ 0\ 2\ 1} \\ 0\ 1\ -3\ -2 \\ \boxed{0\ 0\ 1\ \frac{1}{2}} \end{pmatrix}$

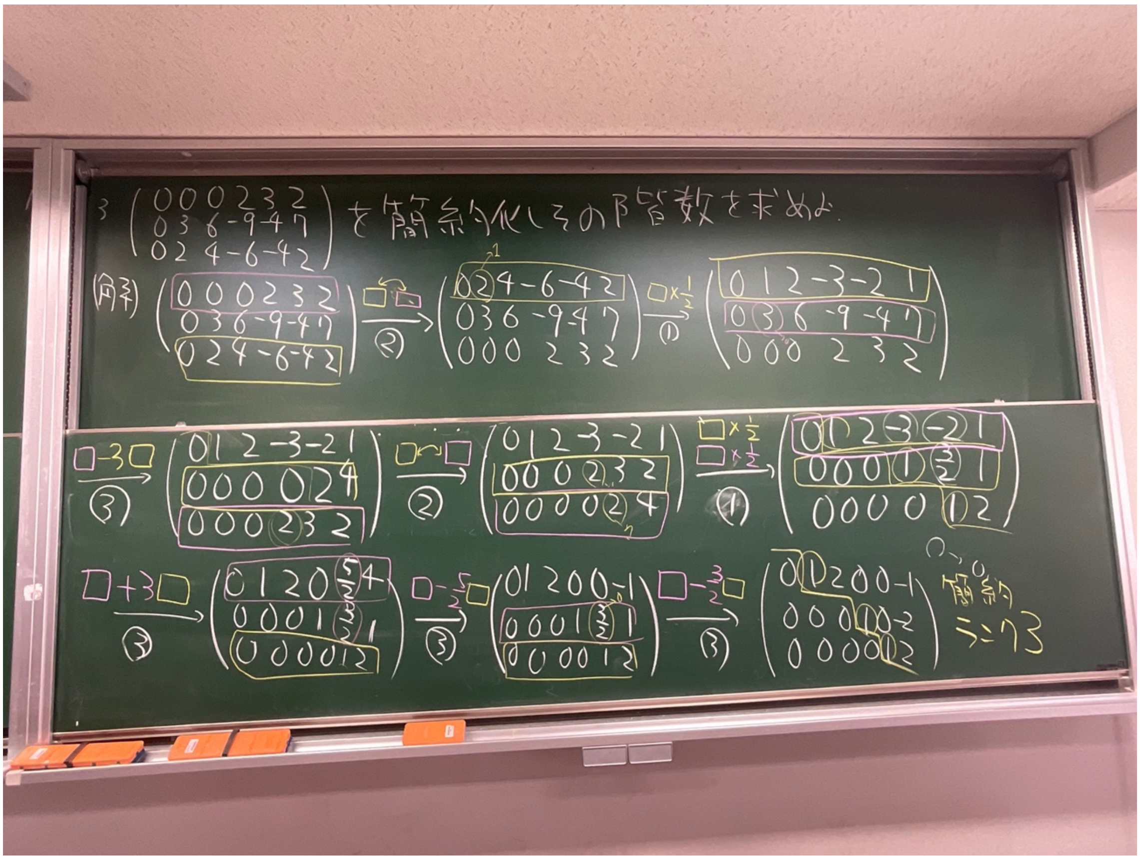
$\xrightarrow{\square-2\square} \begin{pmatrix} 1\ 0\ 0\ 0 \\ \boxed{0\ 1\ -3\ -2} \\ \boxed{0\ 0\ 1\ \frac{1}{2}} \end{pmatrix} \xrightarrow{\square+3\square} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 簡約

1になった

(Goal $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$)

4


定義 Aを行列としBをその簡約化するとき
rank A = (Bの零ベクトルでない行のこすう)
Aの階数(ランク)という
例 (1 2 3 / 4 5 6) 簡約化 → (1 0 5 / 0 1 -4) rank=2
(1 0 0 / 0 0 0 / 0 0 0) rank 1
(0 1 3 0 2 / 0 0 0 1 1 / 0 0 0 0 0) 簡約 rank2
(1 0 2 1 / 2 1 1 0 / 0 1 1 0) 簡約化 → (1 0 0 0 / 0 1 0 -1/2 / 0 0 1 1/2) rank3


3 (0 0 0 2 3 2 / 0 3 6 -9 -4 7 / 0 2 4 -6 -4 2) を簡約化しその階数を求めよ.
解) (0 0 0 2 3 2 / 0 3 6 -9 -4 7 / 0 2 4 -6 -4 2) → (0 2 4 -6 -4 2 / 0 3 6 -9 4 7 / 0 0 0 2 3 2) □×1/2 → (0 1 2 -3 -2 1 / 0 3 6 -9 -4 7 / 0 0 0 2 3 2)
□-3□ → (0 1 2 -3 -2 1 / 0 0 0 0 2 4 / 0 0 0 2 3 2) → (0 1 2 -3 -2 1 / 0 0 0 2 3 2 / 0 0 0 0 2 4) □×1/2 □×1/2 → (0 1 2 -3 -2 1 / 0 0 0 1 3/2 1 / 0 0 0 0 1 2)
□+3□ → (0 1 2 0 5/2 4 / 0 0 0 1 3/2 1 / 0 0 0 0 1 2) □-5/2□ → (0 1 2 0 0 -1 / 0 0 0 1 3/2 1 / 0 0 0 0 1 2) □-3/2□ → (0 1 2 0 0 -1 / 0 0 0 1 0 -2 / 0 0 0 0 1 2)
簡約
ランク3