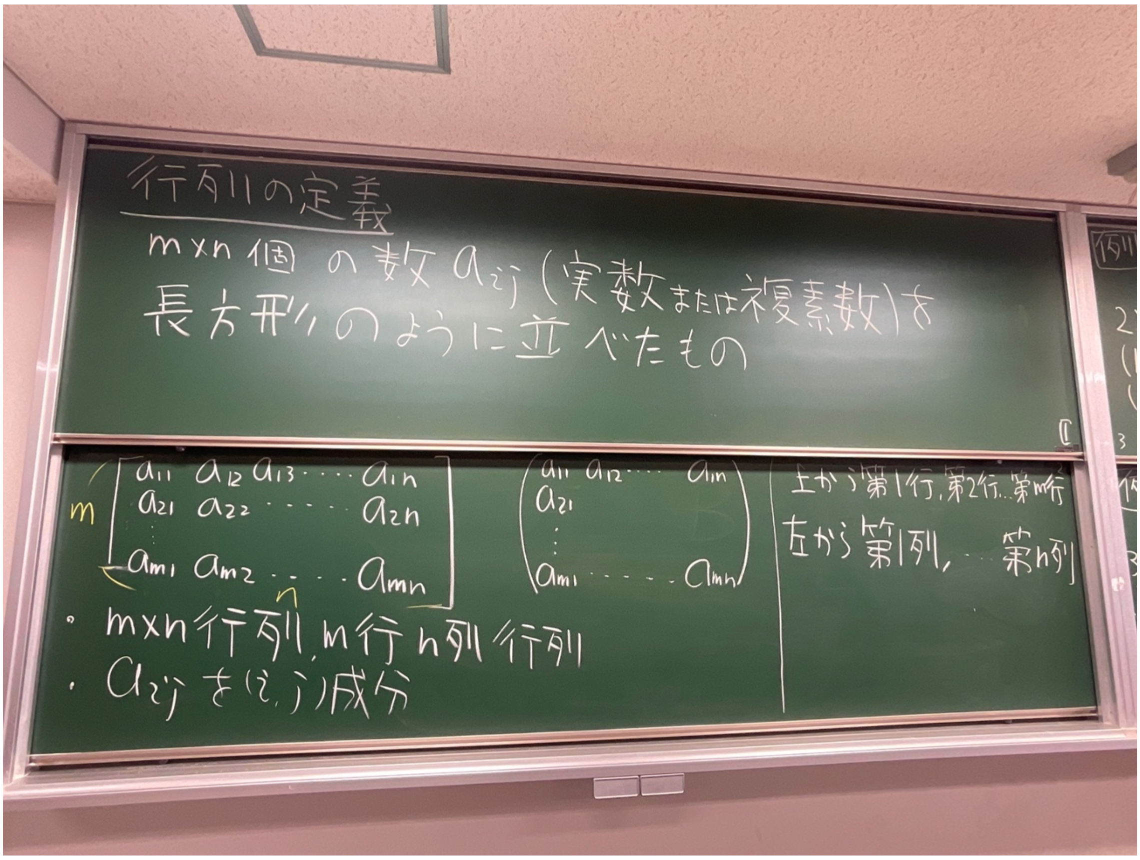
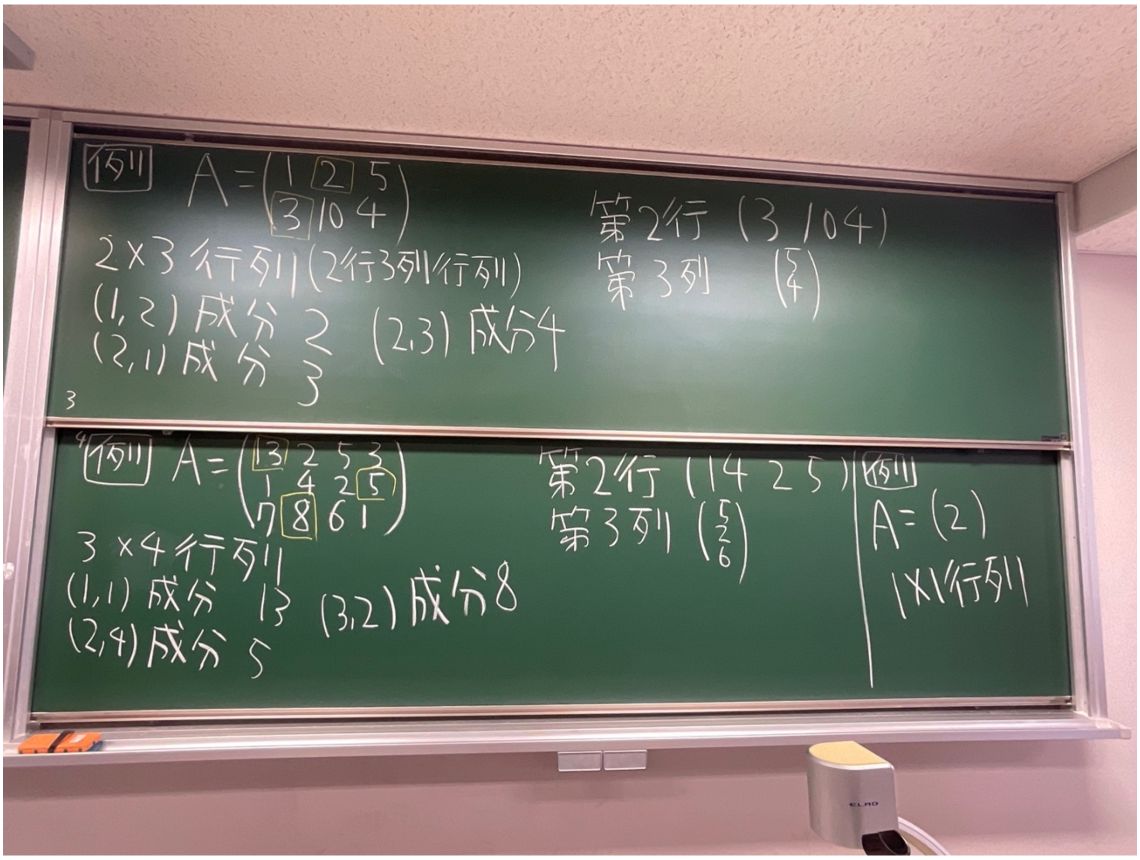

行列の定義
m×n個の数 a_{ij} (実数または複素数)を
長方形のように並べたもの
$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \cdots & a_{2n} \\ \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$ m n
・m×n行列, m行n列行列
・a_{ij} を(i, j)成分
上から第1行, 第2行…第m行
左から第1列, …第n列


例 $A=\begin{pmatrix} 1 & \boxed{2} & 5 \\ \boxed{3} & 10 & 4 \end{pmatrix}$
2×3行列(2行3列行列)
(1, 2)成分 2 (2, 3)成分4
(2, 1)成分 3
第2行 (3 10 4)
第3列 $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$
例 $A=\begin{pmatrix} \boxed{13} & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & \boxed{5} \\ 7 & \boxed{8} & 6 & 1 \end{pmatrix}$
3×4行列
(1, 1)成分 13 (3, 2)成分8
(2, 4)成分 5
第2行 (1 4 2 5)
第3列 $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$
例 A=(2)
1×1行列

・零行列 … 全ての成分が0の行列
(ぜろ)

$$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix} \quad (0) \quad \begin{pmatrix}0&0\\0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

・$n\times n$行列をn次正方行列
(n次正方)

2次 $\begin{pmatrix}2&1\\1&5\end{pmatrix}$ 1次 (1) 3次 $\begin{pmatrix}3&5&7\\6&2&8\\1&1&3\end{pmatrix}$

・対角成分以外0の行列は対角行列

例 $\begin{pmatrix}5&0\\0&1\end{pmatrix} \quad (3) \quad \begin{pmatrix}2&0&0\\0&1&0\\0&0&5\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&2&0&0\\0&0&3&0\\0&0&0&4\end{pmatrix}$

・対角線のみ1で他0の対角行列を単位行列といい
E_n とかく($n\times n$行列)

例 $E_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ $E_1=(1)$ $E_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ $E_4=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$

しばらく 2×2 (2×1) 行列を扱う

行列の和と差　A, B 2×2行列とする

$A=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}p&q\\r&s\end{pmatrix}$ として $A\pm B$ を各成分の和や差として定義する

$$A+B=\begin{pmatrix}a+p&b+q\\c+r&d+s\end{pmatrix}, \quad A-B=\begin{pmatrix}a-p&b-q\\c-r&d-s\end{pmatrix}$$

例 $A=\begin{pmatrix}3&1\\1&4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2&7\\5&8\end{pmatrix}$, $A+B=\begin{pmatrix}3+2&1+7\\1+5&4+8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&8\\6&12\end{pmatrix}$

$A-B=\begin{pmatrix}3-2&1-7\\1-5&4-8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-6\\-4&-4\end{pmatrix}$

例 $A=\begin{pmatrix}2&1\\1&5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&1\\4&6\end{pmatrix}$

$A+B=\begin{pmatrix}2+1&1+1\\1+4&5+6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&2\\5&11\end{pmatrix}$

$A-B=\begin{pmatrix}2-1&1-1\\1-4&5-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\-3&-1\end{pmatrix}$

例 $A=\begin{pmatrix}2&1\\1&5\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ $A+B=\begin{pmatrix}2&1\\1&5\end{pmatrix}=A$

$A-B=\begin{pmatrix}2&1\\1&5\end{pmatrix}=A$

和と差の性質

- $A\pm B=B\pm A$, • $A\pm O=A$ (零行列) • $(A\pm B)\pm C=A\pm(B\pm C)$

定義 (スカラー倍)

$A=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, x 数 (スカラーともいう)

$xA=\begin{pmatrix}xa&xb\\xc&xd\end{pmatrix}$

3

例 $A=\begin{pmatrix}1&-2\\2&5\end{pmatrix}$ $x=3$

$xA=\begin{pmatrix}3\times1&3\times(-2)\\3\times2&3\times5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&-6\\6&15\end{pmatrix}$

例 $A=\begin{pmatrix}2&1\\4&3\end{pmatrix}$ $x=-1$

$(-1)A=-A=\begin{pmatrix}-2&-1\\-4&-3\end{pmatrix}$

4

例 $A=\begin{pmatrix}2&1\\4&3\end{pmatrix}$ $x=0$ $xA=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}=O$

スカラー倍の性質 x,y 数. A 行列

- $0A=O$ $A+(-A)=O$. $x(yA)=(xy)A$
- $1A=A$

行列の積1 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} p \\ r \end{pmatrix}$

$AB=\begin{pmatrix} ap+br \\ cp+dr \end{pmatrix}$ ← (a,b)と(p,r)の内積 ← (c,d)と(p,r)の内積

例 $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $AB=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2\times5+2\times1 \\ 4\times5+3\times1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 12 \\ 23 \end{pmatrix}$

例 $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $AB=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1\times2+3\times5 \\ 2\times2+1\times5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 17 \\ 9 \end{pmatrix}$

例 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (E_2) $B=\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $AB=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1\times2+0\times5 \\ 0\times2+1\times5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

$(E_2B=B)$

例 $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $AB=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0\times2+0\times5 \\ 0\times2+0\times5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$OB=B$